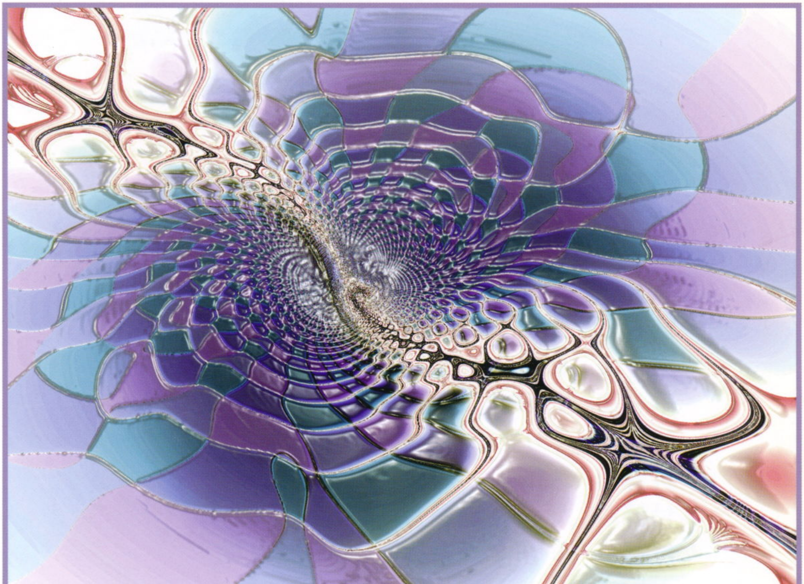
昭和38年 7 月 2 日第 3 種郵便物認可
2006年12月 1 日発行　第44巻12号　毎月 1 回 1 日発行
ISSN 0386—2240

数理科学

12
2006

特集 素粒子像の探究
統一への地平をたどる



No.522

サイエンス社

MATHEMATICAL SCIENCES
Number 522 December 2006

素粒子像の探究

統一への地平をたどる

表紙：戸川　隼人

お得な定期購読をおすすめします

毎号確実に御手元へ

地域によって書店店頭に陳列されない場合があります．**郵送料小社負担**にて確実に御手元へ届く定期予約購読をおすすめします．

予約購読は１年間（本誌のみ）11,000円，１年間（本誌＋別冊２冊）14,500円，半年間（本誌のみ）5,500円，半年間（本誌＋別冊１冊）7,250円です．（税込み価格）

造本コストは更に上昇気味です．小社としてもあらゆる努力をもって廉価で提供してゆきたいと思っておりますが，定価改定の止むなき事態がかんがえられます．この場合予約購読期間中のものにつきましては料金据置きとなります．なお，臨時別冊のご注文については，本誌予約購読者の方には，商品到着後のお支払いにて承ります．

お申し込みは本誌とじ込みの振替用紙を御利用下さい．

数理科学特集一覧

63年/7～2003年/12 省略
2004年/1 ブレーンワールド新展開
/2 幾何学的物理観
/3 統計科学の最前線
/4 演算子・作用素の魅力
別冊 微積分の広がり
/5 現代物理学の進展
/6 量子アルゴリズムの新地平
/7 時間の矢とは
/8 古典力学の新展開
/9 可換から非可換へ
/10 マクロ世界の量子論
別冊 時間論の諸パラダイム
/11 符号化理論の新時代
/12 素粒子物理学の未解決問題
2005年/1 素数の魅力と不思議
/2 エンタングルメント理論とその展開
/3 最新 脳の数学理論
/4 量子重力理論最前線
別冊 相対論の歩み
/5 ベクトル
/6 物理法則と方程式
/7 量子異常とは何か
/8 モジュライの広がり
/9 対称性とは何か
/10 不確定性原理の新展開
別冊 スーパーストリング
/11 0の発見
/12 現代代数学への誘い
2006年/1 偶然から必然へ
/2 物理法則の直観的理解
/3 〈強い力〉
/4 「空間」とは何か
別冊 量子の新世紀
/5 数学と物理の対話
/6 発見とひらめき
/7 重力は語る
/8 ネットワーク科学の数理
/9 ランダムネス
/10 ツイスター理論の拡がり
別冊 場の量子論の拡がり
/11 固有値問題のひろがり

数理科学臨時別冊一覧

06年/1 ゲージ場の量子論入門
06年/3 現代物理のための解析力学
06年/5 現代物理数学への招待
06年/6 例題形式で学ぶ現代素粒子物理学
06年/7 ソリトンと物理学
06年/9 確率的情報処理と統計力学
06年/11 超対称性理論

「数理科学」のバックナンバーは下記の書店・生協の自然科学書売場で特別販売しております

紀伊國屋書店本店（新宿）
紀伊國屋書店新宿南店
あおい書店中野本店
オリオン書房ノルテ店（立川）
くまざわ書店本店（八王子）
くまざわ書店桜ヶ丘店（多摩）
書泉グランデ（神田）
書泉ブックタワー（秋葉原）
三省堂本店（神田）
ブックファースト渋谷店
リブロ池袋店
ジュンク堂書店（池袋）
ジュンク堂書店（新宿）
芳林堂（高田馬場）
八重洲ブックセンター（東京駅前）
丸善丸の内本店（東京駅前）
ブックファースト青葉台店（横浜）
栄松堂ジョイナス店（横浜）
有隣堂イセザキ町店（横浜）
有隣堂西口・東口（横浜）
有隣堂厚木店（厚木）
文教堂ブックセンター（川崎）
旭屋船橋店
戸田書店静岡本店
ジュンク堂大阪本店
紀伊國屋書店梅田店（大阪）
旭屋本店（大阪）
アバンティブックセンター（京都）
ジュンク堂書店（京都）
ジュンク堂書店（神戸）
ジュンク堂三宮駅前店（神戸）
ジュンク堂書店（大分）
喜久屋書店倉敷店
紀伊國屋書店松山店
紀伊國屋書店福岡店
紀伊國屋書店福岡本店
ジュンク堂福岡店
紀伊國屋書店新潟店
旭屋札幌店
金港堂（仙台）
金港堂パーク店（仙台）
ジュンク堂書店（仙台）
鹿島ブックセンター（いわき）
友朋堂（つくば）

――大学生協・売店――
東京大学 本郷・駒場
東京工業大学 大岡山・長津田
東京理科大学 新宿
早稲田大学 理工学部
慶応義塾大学 矢上台
電気通信大学・福井大学
筑波大学 大学会館書籍部 第一学群書籍部
埼玉大学
名古屋工業大学・愛知教育大学
大阪大学・神戸大学 ランス
京都大学・九州工業大学
東北大学 理薬・工学
室蘭工業大学
徳島大学 常三島
愛媛大学 城北
山形大学 小白川
島根大学
学習院大学 成文堂
北海道大学 クラーク店

特集／素粒子像の探究

現代の素粒子像

湯川・朝永から弦理論まで

米 谷　民 明

2006–7年は，日本が生んだ二人の大理論物理学者，朝永振一郎と湯川秀樹の生誕100年という節目の年である．本特集号は，この二人が大きな役割を果たした素粒子論の発展に焦点を当てる．他の解説に先立ち，湯川・朝永の業績の背景から始めて弦理論までに至る進展を概観しよう．若い読者にも親しみやすいように，50歳代の素粒子論研究者（弦理）に，研究者を目指す大学院生（物部）と，高校のときから素粒子に興味を持っていた大学1年生（真）が質問する形式で話を進める．

1. 素粒子論の始まり

弦：物部君，前に君と哲家さんと3人で量子論と相対論の統一，弦理論について話をして以来だね．

物：6年前の話は私にとって素粒子論に進むきっかけになりました．大学院に進学して3年目ですが，素粒子論の奥の深さがやっとわかりかけてきたような気がしてます．では，早速始めましょう．真君は「素粒子」というとまず何を思い浮かべますか．

真：やはり，クォークとかニュートリノかな．

物：湯川や朝永が若い時代は，もちろんクォークは知られていませんでしたが，ニュートリノ（中性微子）は1931年にパウリがベータ崩壊の説明のために予言していたものでした．

弦：現代的な意味での素粒子論の始まりは，電子が発見された19世紀終盤まで遡るべきですが，今日は1930年代から始めます．湯川の中間子論にとって重要なのは，1931年のチャドウィックによる中性子の発見です．1920年代の後半に量子力学が完成して，次の大きな問題は原子核の理解だったわけですが，中性子の発見によって原子核が，陽子と中性子（この2つを合わせて核子と呼ぶ）からなっていることが明確になりました．その段階での「素粒子」は，電子，陽子，中性子，それに光子を加えた4種でした．

物：1932年には，電子の反粒子である陽電子が発見されてますね．真君は反粒子って知ってる？

真：Y先生の量子論入門講義の余談で，量子論と相対論を組み合わせると必ずすべての粒子には，質量が同じで電荷などの量子数の符号が逆の粒子が存在しなければならないという話が印象に残っています．反粒子って，もとの粒子が時間の逆方向に時空を運動したものとみなせるんですね．

物：そうそう．僕もその話を1年のとき聞いて興奮したのを覚えています．今日の話とも関係します．湯川にとって中性子が大事というのは，陽子と中性子が何故原子核のような小さな領域に閉じ込められていられるのかという，「核力」の問題が明確になったということですね．

2. 湯川中間子論から始まる素粒子論の発展

弦：湯川の中間子論の論文を持ってきました.「素粒子の相互作用についてI」という表題です（1934年11月30日受理）. 最初に，原子核の構造を理解するには，ハイゼンベルクが強調したように陽子と中性子の間での交換相互作用が重要であると述べ，同じ1934年のフェルミの論文について触れています. フェルミの論文は，ベータ崩壊を陽子と中性子が，電子とニュートリノを対で吸収・放出する相互作用を持つことで説明する場の理論を展開した画期的な論文です.

物：ハイゼンベルクの言った交換とはちょっと意味が違うけど，真君，場の量子論の立場では，力は粒子（= 場の量子）の交換（キャッチボールと言ったほうがわかりいいかな）によって説明できるって知ってる？ クーロン力は，光子の交換に対応する.

真：それもY先生の講義に出てきました. 中間子論は，核力を説明する新しい素粒子＝中間子を提案したものだとそのとき初めて聞きました.

物：フェルミの理論は，弱い相互作用の理論の始まりですね. 湯川にとって重要だったのは…

弦：当時はまだ「弱い相互作用」と「強い相互作用」の区別もなかったんですよ. フェルミの理論は，陽子と中性子の相互作用を初めて本格的に論じたものですから，それで核力も説明できないのだろうかと考えるのは自然です. しかし，湯川の前に，フェルミの相互作用では核力を説明できないことがすでに，タムとイワネンコによって示されていました. そこで湯川は陽子と中性子には未知のより重い粒子の吸収・放出の相互作用があるべきだと提案したのです. こう言うと，実に簡単なことのように思えるでしょうが，当時は全く新しい独自な見方だったのです.

物：この新しい「重い」粒子が，現在我々が知っているパイ（π）中間子ですね. 湯川はその質量を原子核のおおよその大きさ 10^{-12} cm から，100 MeV程度と予想したのでした.

弦：湯川は中間子がさらに電子と反ニュートリノの対に崩壊できると考え，それがベータ崩壊であるとの仮説を論じています. 現在の標準理論では，$W^{\pm}$, Z ボソンが果たしている役割ですね.

物：そうか. その意味で，湯川論文は核力だけでなく電弱相互作用の統一ゲージ理論の考えの一部も先取りしているとも言える. 現在では核力のパイ中間子と，弱い相互作用を媒介する W, Z ボソンとは全く別の粒子あるいは場なわけですけどね.

真：電弱統一理論って，ワインバーグ・サラム理論のことですよね. 僕も名前だけは知ってます. それらのボソンは光子の仲間と言えるのですね.

物：統一理論の話にゆく前に，もう少し歴史的なことを話したほうがよさそうです. 科学の歴史では常にそうだと思いますが，現在私たちが常識として知っていることも，色々と紆余曲折を経ているのでしょうね.

弦：もちろんです. 湯川の提案から2年ほどの1937年に，湯川が予言した質量と同じ程度の新粒子が宇宙線の観測から検出され，それが湯川が提案した中間子なのではないかという示唆がオッペンハイマー等によってなされます. しかし，これは湯川中間子ではなく，ミューオン（μ 中間子）であったわけです. ミューオンは強い相互作用には関与せず，電子やニュートリノと同じ仲間のいわゆるレプトン族に属する粒子です.

物：真君のために説明すると，現在の分類では，強い相互作用をしないこれらのフェルミ粒子をレプトンと呼ぶ一方，強い相互作用と弱い相互作用の両方に関与するクォークなどの粒子をハドロン族の粒子と呼びます. これらの間で交換される粒子は，すでに出てきたように光子や $W^{\pm}$，Z ボソンでゲージ粒子と呼びます. クォークの間で交換されて強い相互作用を生じさせる粒子もゲージ粒子でグルーオンと呼びます.

弦：ミューオンとパイ中間子の区別が明確にされるまで10年かかっています. この2中間子論の提案は，日本ではすでに1942年頃に坂田，谷川によってなされていましたが，1947年頃になってパイ中間子がミューオンに崩壊する過程が宇宙線の

観測から検出され確認されたのです．アメリカでもその頃マルシャク–ベーテが2中間子理論の分析を発表しています．こうして初めて，現在の強い相互作用と弱い相互作用の明確な区別がされる用意が整いました．

物：湯川が日本初のノーベル賞を受賞したのは1949年ですね．でも，湯川の最初の提案のときは必ずしもみなが賛成したわけでもなかったんですね．宇宙線からの中間子発見のニュースが伝わる前だと思いますが，1937年にボーアが来日したとき，湯川が自分のアイデアをボーアに話した．しかし，ボーアの反応は「君はそんなに新粒子を作り出したいのか」というような冷たいものだったというのです．

弦：その話は有名ですね．そういうことは，独創的なアイデアに対してはよくあることです．未解決の問題にどういうアプローチを取るかは，時代背景だけでなく研究者個人の問題意識により千差万別です．どれが正しかったかは，時間を経て初めてわかることです．湯川と同じような考えをいだいた人はヨーロッパにもいたようですが，ボーアの対応からもわかるように，当時の全般的空気はそういう方向ではなく論文としては発表されていないですね．湯川は，核力が新しい場（湯川は U 場と呼んだ）の導入によって解決されるべきという点で最も明確な意識を持っていたのです．ただ，新しい自由度が予言されること自体は，それまでの物理の歴史でもしばしばあったと言えます．

物：マックスウェルの電磁波の予言とか，アインシュタインの重力波．すでに出てきたディラックによる反粒子の予言，パウリのニュートリノも．

弦：しかし，湯川の予言はそれまでとはかなり質が違っています．新しい自由度が導入されるときの経緯としては，大きく分けて3種くらいのパターンがあると言えそうです．一つは，いま挙がった電磁波，重力波，反粒子の予言などですね．それは，ある基本理論が打ち立てられたとき結果として予言される自由度でした．これをA型と仮に呼びましょう．一方，パウリのニュートリノの予言は，ある特定の実験事実の直接的な説明のために立てられた仮説です．ベータ崩壊で作られる電子のエネルギースペクトルが連続的に分布していることを説明するためでした．これをB型と呼びましょう．湯川中間子の場合は，どちらにも分類できない第3の型でC型と呼びましょう．もちろん，核力の経験事実を説明するためでしたが，核力はそれまでの概念では理解できない全く新しい力であり，特定の実験事実の説明のレベルとは違う質の「新しい見方」を示す予言であったわけです．

物：先輩の哲家さんから聞かされた武谷の3段階論とかいう話を思い出します．

弦：いま言ったA, B, Cという3つの型はいわゆる「3段階論」とは直接関係ありませんし，今日はそういう話には触れません．でも，最前線で独自の研究を生み出すには，「何」をやるべきか，どういうアプローチをとるべきかをよく考えることは非常に重要です．まだ実験的には確認されていない粒子自由度とか対称性などに関する話が後でいくつかありますが，3つの型のどれに属するか，あるいは，それらがどういうふうに組み合わさっているのか，などを考えながら聞くと理解を深めるのに役立つでしょう．

3. 朝永と繰り込み理論——場の理論の有効性

物：そろそろ朝永の仕事について話を移しましょう．朝永は，湯川と旧制高等学校と京大物理学科で同級生の間柄なんですね．その二人が素粒子論の基礎を築くような大きな業績を残した．

弦：さっき，湯川理論は最初からすんなり受け入れられたわけではなかったという話が出てきましたが，ハイゼンベルクはかなり初期の段階から高く評価していたようです．朝永は，ちょうど1937年から日独交換研究生として，ハイゼンベルクのもとに2年ほど滞在したのですが，そのときの「滞独日記」のなかで，ハイゼンベルクが自分自身で湯川論文の紹介をするなど湯川理論に強い関心を持っていた様子が書かれています．それで朝永がちょっと落ち込むというような場面もあったよう

です．その頃，湯川は中間子発見のニュースに力を得て，数年後輩の坂田，武谷といった人たちと中間子論をさらに発展させる仕事に取り組み，欧米の研究者にも影響を与えるようになっていたんです．物部君，この日記のこと知ってる？

物：どこかで聞いたことはあったと思うのですが，まだ読んだことはありません．真君は？

真：Y 先生の講義で朝永の「光子の裁判」について触れられたとき，「日記」のことも言ってました．

弦：あの日記は，Y さんや私のように 70 年代に研究者に育った世代はずいぶん影響を受けたものです．1939 年になって戦争が始まり，朝永は急遽帰国しなければならなくなったわけですが，帰国後は湯川グループに対抗して東京で若い研究者を集めた大変活発な研究グループを率い活躍しました．一方，中間子論が確立するまでの 10 年くらいのうち，1940 年代に入った頃から，湯川は場の量子論の基礎，特に紫外発散に関連した基本的な問題のほうにより強い関心を移したようです．朝永のノーベル賞の業績の始まりは，「超多時間理論」ですが，湯川のそうした問題意識とも互いに影響しあって生まれたものだと思います．湯川は場の量子論が相対論と調和した仕方で定式化できていない問題の重要性も強調したようです．超多時間理論は，ある意味でこの湯川の提出していた問題に対するいわば暫定的ではあるが，当時の段階としては極めて明解な答えを与えたものと言えます．また，ついでにここで触れておくと，湯川の当時の問題意識は，1948 年頃に発表される非局所場の理論につながりました．それは後の「素領域理論」なども含めて，今から見ると時期尚早な試みでしたが，現在の弦理論にも通じる先駆的意味があります．

物：話が抽象的になってきました．まず紫外発散ですが，要するに，量子論では不確定性関係のため，短い時間間隔や距離間隔に反比例して高いエネルギーや運動量の状態が可能になり，それが素粒子の相互作用の効果を無限大にしてしまう困難ですね．それから，相対論との関係では，量子力学のシュレージンガー方程式を思い出すとわかるように，量子論では，「状態」の定義のため，どうしても時間が特別扱いされますね．これは真君も一応知っているでしょう．超多時間理論は，前にディラックが提案していた相対論と調和する多粒子の量子力学の定式化（多時間理論）を，空間の各点に連続的な時間変数を付与するような仕方で拡張して，場の理論のシュレージンガー方程式をあからさまに相対論と調和する仕方で定式化したものでした．

弦：そうです．朝永とそのグループは，終戦直後から電磁相互作用の場の理論にこの考え方を系統的に応用して，量子補正について詳細な分析を進めたのです．それによって量子補正の計算にどうしてもつきまとって明確な結果を導くのを阻んでいた紫外発散は，実は，もし実際に観測される物理量どうしの間の関係式としてすべてを表現すれば打ち消し合い，無限大を含まずちゃんと実験と比べられる結果になることを発見しました．この方法を繰り込み理論と呼びます．それまでの場の理論の計算は，ほとんど量子補正の効果を無視した近似の範囲内のものでしたから，たとえ電磁相互作用での議論ではあっても，場の量子論の適用可能性が疑われていた当時としては，極めて重要な仕事だったのです．これが 20 年を経てゲージ理論の発展につながります．ですから，湯川とそれ以後の素粒子「自体」についての進展とは違った側面で，相補的な意味で素粒子論の発展のための「方法論的」基礎がこれで築かれたと言えます．

真：そのような素粒子論の土台の構築が二つとも日本人の手でなされたとはすごいな．

弦：同僚の若手研究者が，戦争と重なる困難な時期にこういう仕事がなされたことを知って，涙が出るほど感動したと言ってました．当時，アメリカでもシュウィンガーやファインマンなどの仕事が独立に進行していました．朝永は 1948 年に日本でなされていた仕事の短い要約をフィジカルレビュー誌に送りますが，アメリカの研究者は大変な衝撃を受けたようです．その頃のダイソンのある有名な論文に，“The isolation of these Japanese workers has undoubtedly constituted serious loss to

theoretical physics.” と，極めて異例な脚注があります．そして，その後も多くの重要な寄与が日本人によりなされているのですよ．今日はそのごく一部にしか触れられません．それはもっと最近の統一理論や弦理論についても言えます．私の同世代とかさらに若い研究者も大いに貢献しています．

4.「標準理論」による総合とさらなる統一へ

弦：湯川・朝永に時間をかけすぎました．少し急ぎましょう．湯川のノーベル賞の頃からパイ中間子の仲間の他の中間子が続々と発見される時期に入り，1960 年頃までに K 中間子を初めとして多数が加わり，さらにラムダ (Λ)，シグマ (Σ) …など核子の仲間の重粒子族（バリオン）の粒子が発見されます．これらの粒子の分類の過程では，西島やゲルマンによって提唱されたストレンジネスの保存という考えが重要な役割を果たしました．

真：そんなにたくさん出てきたのでは，「素」粒子と呼べないんじゃないですか．

物：そのとおり．そこで 1960 年代に入ってクォークが考えられたわけですね．

弦：クォーク模型に至る前に，たくさんの中間子を，陽子（P)，中性子（N）とラムダ粒子（Λ）の 3 個の基本粒子とその反粒子との複合状態と解釈しようという坂田模型が 50 年代中盤に提案されています．もともとパイ中間子の実験的確認の直後に，フェルミと楊（Yang）によって核子と反核子の複合状態とみなそうという議論がされたことがあり，坂田模型はその拡張と言えます．これに基づき，核子のアイソスピンの概念の拡張としての $SU(3)$ 群による中間子の分類が広島–名古屋グループ（池田–小川–大貫）などによって議論されました．

物：これも真君のために説明しておくと，アイソスピンというのは，陽子と中性子をちょうどスピン角運動量の第 3 方向の 2 つの成分と同じような意味で，ある拡張されたスピンとみなそうとする考え．いま弦理さんが言ったのは，P, N, Λ を一種の拡張された‘角’運動量（$SU(3)$）の 3 個の異なった成分とみなそうということです．

弦：しかし，坂田模型では，バリオン族の粒子を実験と調和する仕方で説明できませんでした．それで，60 年代に入って，同じ $SU(3)$ 群に基づいているが坂田模型は仮定しない八道説（Eightfold Way）というのが，ゲルマンやネーマンによって提唱されます．この立場では核子を含む重粒子族の一番下の表現と，中間子族の一番下の表現がどちらも 8 個の状態からなるので，こういう名前がつけられました．この模型は 1964 年になってオメガマイナス（Ω^-）粒子というのが予言どおりに検出されて確立します．八道説を推し進めると，そのもっとも基本的な表現（3 個の状態からなる）を実現するより基本的な粒子が存在し，中間子や重粒子はすべてその複合状態とするのが自然で，実際にゲルマンとツバイクがそうした提案をします．これがクォークです．坂田模型と似ていますが，違いはクォークの電荷は電子や陽子のそれに比べて 1/3 の単位からなることです．実際に存在する粒子としてのクォークの認識に至るには，スピンと合わせて対称性を拡張した $SU(6)$ 群による分類が，崎田などによって提唱され成功したのが大きいと思います．より直接的には，60 年代終盤頃から発展した核子の電子やミューオンによる深非弾性散乱と呼ばれる加速器実験などにより，核子が実際にクォークからなることが 70 年代前半に明らかになりました．しかし，そのような粒子はこれまで発見されてないものですから，なんらかの原因で外に出てこられない粒子ということになります．いわゆるクォークの閉じ込めですね．

物：そろそろ統一理論に進まないと．

弦：時間を少し遡りましょう．それは湯川論文が論じたもう一つの側面，弱い相互作用に関連した発展がもとになっています．2 中間子論が確立して，強い相互作用と弱い相互作用の区別が明確になったわけですが，弱い相互作用を支配する場の理論は，依然として 1934 年のフェルミの理論でした．しかし，そのより詳しい性質が 50 年代のうちに確立されました．ニュートリノがやっと検出

できるようになり，その性質がわかってきました．ニュートリノは１種類ではなく，電子とミューオンには別々にそれぞれ別のニュートリノが存在していること，そして，その伝播方向に左巻きのスピン角運動量を持っていることなどが判明しました．後の性質をカイラル性と呼びます．また，これらの点と合わせて，弱い相互作用は，空間軸の反転に関して強い相互作用と本質的に違った性質を持つことが発見されました．つまり，強い相互作用は，反転してもその性質は変化しないが（ただし，強い相互作用でも，テータ角というパリティー対称性を破る新しいパラメタの存在が 70 年代に判明する），弱い相互作用は，反転した世界での法則は異なるのです．パリティーの破れですね．ニュートリノの伝播方向の軸を鏡に映したときを想像するとわかるように，カイラル性が反転によって逆転します．これらの性質が整理されて，フェルミ相互作用が V−A 型と呼ばれるある特定の型を持ち，１個の普遍的な結合定数で記述できることが判りました．

物：しかし，フェルミ相互作用の場の理論では，量子電気力学で成功した繰り込みの処方がうまくゆかないのでしたね．つまり，フェルミ相互作用は繰り込み不可能である．

弦：繰り込みの処方は，暫定的な解決であって紫外発散の最終的な解決ではないとの見方が常にありました．前に触れた湯川の考えもそうですし，ディラックもよく強調していたことです．

物：弦理論の D ブレーンで役立っているディラックの電子・ミューオンの広がった粒子模型もそれと関係するのかな．

弦：その論文（1962 年）では直接議論してなかったと思いますが，私が 1976 年に聞いたディラックの「広がった磁気単極子」の話では，発散の問題を強調していました．実際，弦理論で明らかになったように重力と関係させたときにはこれは非常に重要な認識です．しかし，「繰り込み」の意味についての理解が深まるにつれ，紫外問題の最終的な解決とは別に，量子論において場の本質を捉えるために有用な積極的な意味づけがなされるようになりました．その立役者はウィルソンです．

物：いわゆるウィルソン流繰り込み群．これも本当に重要な話だけど，詳しく議論できませんね．

弦：それで，当面，繰り込み可能性を新しい理論を探求する際の指導原理とみなすのは大変意味があることでした．その立場からフェルミの理論を繰り込み可能な理論に修正するには，湯川の考えに戻り，普遍的なフェルミ相互作用を引き起こす別のボソンの存在を仮定するのが自然な道筋です．そのような可能性は日本でも早くから色々論じられたようですが，結局成功したのが前に出てきたワインバーグ・サラムの電弱ゲージ理論です．

物：1967 年ですね．もちろん，その 10 年以上前になされたゲージ理論の原型としてのヤン−ミルズ理論の提唱（1954 年），そしてそれを現実に応用するのに障害であった質量を生じさせるメカニズムであるヒッグス機構の定式化，それに先立つ南部による対称性の自発的破れの理論，量子アノマリーの理論とか，またそれらの発展に基づいた非可換ゲージ理論の繰り込み可能性の証明などの場の理論の発展が，60 年代から 70 年代にかけて用意されたのですね．それらについても議論したいところですが，当然，後の話にも出てくるでしょう．

弦：そうした場の理論の定式化の発展があって統一ゲージ理論への道が整ったのです．それらが 70 年代に入って総合され，標準理論が確立します．弱い相互作用と並んでクォークの強い相互作用もクォークが持つ新しいカラーと呼ばれる３個の隠れた自由度に基づいたゲージ理論「量子色力学」が，漸近自由性の発見によって確立するのが 1973 年です．カラーの発見過程では，ハン−南部模型と呼ばれる考えや量子アノマリーが重要な役割を果たしています．また，それまでの３種のクォークに加えて４番目のチャームクォークが 1974 年に発見され，その後の発展により現在確立されている６種類の「香り」（フレーバー）が見えてきました．４種以上のクォークについては，60 年代から名古屋グループを初めとして様々な議論がありましたが，６種の香りの必要性は，電弱ゲージ理論で CP 対称性の破れを説明するため小林−益川によって予言されたのが最初です（1973 年）．強い相互

作用と電弱相互作用を統一したゲージ理論，「大統一理論」の最初の試みがなされるのも同じ頃です．そして，電弱統一理論の重要な予言であった中性カレントとよばれる相互作用項の存在が，70年代終盤までに明らかになり，1982–83年にはついにW, Zボソンが CERN（ヨーロッパ原子核研究所）で確認され，標準理論が完全に実験的にも確立されました．クォーク閉じ込め問題解決の定性的な見通しがつくのも70年代です．1978年に東京でロチェスター会議と呼ばれるシリーズの大きな国際会議が開かれたのですが，新しい流れへの転回点になりました．

真：弦理さんの大学院時代は70年代前半だったんですね．まさに「総合」の時期に直接立ち会えたなんてうらやましい気がします．

物：標準理論を越えて進むための基礎が目白押しに続々と出てきたのも70年代中盤ですね．格子ゲージ理論やいわゆるインスタントン，大N極限などの場の理論の非摂動的方法，磁気単極子と非可換ゲージ理論の関係，そして超対称性，超重力，（超）弦理論もそう．統一理論としての弦理論にとって重要な重力＝一般相対論との関係が米谷，シャーク–シュワルツによって明らかにされ，80年代中盤の弦理論の復活へとつながる．

弦：今だって別の意味，より高度な意味で総合の時期と言えます．弦理論と関連して，今日触れられなかった大事な点があります．50年代から60年代は，強い相互作用では場の理論が無力であるとする傾向が強く，場の理論によらない様々なアプローチ（総称して「S行列」アプローチと呼べる）がなされ，レッジェ・ポール理論とか流れ代数理論などの考え方が発展しました．弦理論はそこから生み出されたのです．70–90年代の進展を経て，最近の10年ほどは，70年代のゲージ理論による総合を包括した，さらなる物理学の枠組みの大統合が弦理論によりなされつつあるのです．それを完成させ，相対論と量子論の究極的な統一を達成するという最も基本的な物理学の課題の解決に向けて臨界点にあたる時期に今さしかかっていると，私には思えます．それについてはまた別の機会に議論する機会を持ちたいですね．

物：最後はちょっと駆け足になったけど，なんとか後の話へとバトンタッチするところまで来ました．今日の話もずいぶん刺激になりました．僕にとっては，特に日本人研究者がいかに重要な貢献をなしてきたかを再確認できたのがよかったと思います．

真：友だちと話していて21世紀はもう素粒子の時代じゃないなんて言われたりしましたが，そんなことはないんだ．勇気が出てきました．

（よねや・たみあき，東京大学大学院総合文化研究科）

量子力学における素粒子像

ボゾンとフェルミオン



大貫　義郎

1. 素粒子の出現

自然界はそれを構成するいくつかの基本的な要素から成り立っているという考えは古くからあったが，最初の具体的な発見は19世紀の末になる．

1897年，イギリスのJ. J. トムソンは真空放電の際に陰極から発生すると見られる放射線（陰極線）が，電場あるいは磁場の中で曲がった軌跡を描くことから，これを負の電荷を帯びた微粒子の流れであるとみなし，この粒子の比電荷 e/m を決定することに成功した．ここで e は粒子のもつ電荷の絶対値，m は粒子の質量である．すなわち**電子**の発見である．トムソンは翌年 e の測定を行い，比電荷より m の値を算出したところ，電子の質量は水素原子の約1/1000（正確には約1/1836）という極めて微少なものであることが突きとめられた（1999）．

物質はこのような電子を多数含んでいるはずであるが，通常物質は中性であるから，電子の負電荷をうち消すような正電荷が物質には含まれていなければならない．実際，すでに電気分解によって電子の電荷とは反対の符号つまり値が e の正電荷を帯びた水素原子イオン H^+ の存在することが知られていた．電子はこのような正の電荷と電気的に引き合って原子をつくり，バランスを保って物質中に存在しているに違いない．そうして原子の種類はそれのもつ正電荷の量と内在する電子の数によって決まるとみなされた．その結果様々な原子の模型が考えられたが，1911年E. ラザフォードは，金属箔にアルファー粒子 (He^{++}) を照射すると大きく曲げられることから，物質原子によってアルファー粒子が散乱される際の軌道は彗星の軌道と同じような双曲線でなければならないとする散乱理論をうちたて，原子の中心部にはその質量のほとんどを担う正電荷を帯びた原子核が存在し，電子はその周りを回っているというモデルを発表した．ラザフォードの原子模型と呼ばれるものである．

しかし，電磁気学の理論によれば，周回する電子は電磁波を放射してたちまちのうちに原子核に吸い込まれてしまい，電圧のかかった金属内を電流となって移動することは不可能であった．そればかりではない．このときの電磁波のスペクトルは連続値をとるはずであったが，実際には原子を刺激すると各原子に特有の不連続のスペクトルが放射されることが観測された．

この矛盾を克服するために悪銭苦闘が繰り返される．そうして結局ボーアによる前期量子論の樹立を経て，量子力学と呼ばれる新物理学の基盤が，1925年W. ハイゼンベルグによって据えられることになった．量子力学は，プランク定数 h ($\simeq 6.626\times10^{-11}$ J$\cdot$s) という微少量によって特徴づけられ，これを無視することのできない微視的世界の現象に適用される．そうしてそれが古典論に基づく常識や直感からは隔たったはなはだ抽象的な体系をなすことも，その後の発展で分かってきた．ともあれ電子という素粒子の振舞いの解明がこの学問を形成する端緒となったのである．

1932年，イギリスのJ. チャドウィックは**陽子**（水素原子の原子核）とほとんど同質量で電荷を帯びていない粒子の存在することを確かめた．**中性子**の発見であって，これは彼の師ラザフォードが予想していたものである．これに基づき同年ハイゼンベルグは，水素以外の原子核は，適当個数の陽子と中性子が強く結合した系であるという原子核の模型を提案した．この描像は実験で確かめられて現在に至っている．このようにして，電子，陽子，中性子といった粒子が物質の構成要素，すなわち素粒子として確認され，さらに光も**光子**と呼ばれる粒子の一種と見なされて，これらの仲

間に加えられることになった．陽子，中性子はひとまとめにして核子と呼ばれる．1935 年，湯川は原子核内に働く強い結合力は，核子間に介在する未発見の素粒子に起因するものと考え，その質量は電子の約 200 倍（後で判明したところでは約 274 倍）と予想した．後にこの粒子の存在は実験で確認されて π **中間子**と名付けられ，電荷 $\pm e$ および中性の 3 種類の存在が知られている．中間子や光子の正確な扱いは初期の量子力学の枠を越えて，これを一般化した相対論的な場の量子論を必要とする．

このあと素粒子の種類は実験技術の発展と相俟って増加の一途をたどる．それを逐一ここに記すことはしない．必要とあれば『理科年表』など[1]のテーブルを参照して頂きたい．また核子や中間子が，実はより基本的な粒子**クォーク**からなることも明らかになってきた．その意味で核子・中間子は純粋な意味での“素”粒子ではない．しかし将来にわたってクォークもまた“素”であるという保証はなく，いわば物質の基本要素とみなされるものは時の関数である．ここでは，やかましいことを言わず，核子，中間子，電子，光子，ニュートリノなどを素粒子と呼び，より基本的なクォークやそれらを結合させる**グルーオン**などを基本粒子と呼ぶことにしよう．そうして以下では前者に話の重点をおく．これらは後者に較べて，量子力学や場の量子論とその性質がよりシンプルな形で結ばれているからである．

■ 2. 量子力学そして場の量子論 ■

古典力学と量子力学の最も著しい違いの一つは，状態概念である．

古典力学では与えられた粒子がある時刻にどのような状態にあるかは，その時刻での粒子のもつ物理量，例えばエネルギー，位置，運動量などその粒子を記述するのに必要な量の値をすべて正確に与えれば，後は運動方程式に従って振舞いが完全に決定される．つまり状態とは物理量の値のセットである．

しかしながら微視的な世界に入ると事情は一変する．粒子の位置と運動量は同時に正確に決められないのである．これは**不確定性原理**に基づく微視的世界の典型的な性質の一つとして知られている．つまり状態は，もはや物理量の値のセットで記述することが不可能になり，状態と物理量は切り離して考える必要がある．そこで物理量を $\hat{q}, \hat{p}, \cdots$ などと ^ 記号をつけて表し，そうして状態は $|\psi\rangle, |\phi\rangle, \cdots$ で表すことにする．

ところで，素粒子は粒子とはいうものの波動としての性質のあることが実験で知られてきた．波動とは重ね合わせの原理に従い干渉の効果をもたらす．量子力学では，状態がこの**重ね合わせの原理**に従うこと，より正確にはヒルベルト空間（$\mathcal{H}$ と記す）の元で記述されることが仮定される．すなわち $\mathbb{C}$ を複素数の集合とするとき，2 つの状態 $|\psi_1\rangle, |\psi_2\rangle \in \mathcal{H}$ に対して，ベクトルのように加法が定義できて

$$|\psi\rangle = \lambda_1|\psi_1\rangle + \lambda_2|\psi_2\rangle, \quad \lambda_1, \lambda_2 \in \mathbb{C} \tag{2.1}$$

で与えられる $|\psi\rangle$ もまた状態を表す*1)．これは一般的な重ね合わせの原理に他ならない．

他方，物理量は $\mathcal{H}$ 上の演算子（線形作用素）で与えられ，とくに観測可能量は自己共役演算子で記述されて，測定値としてはその固有値が確率をもって与えられる．すなわち $\hat{A}$ は自己共役，a_n および $|a_n\rangle$ $(n = 1, 2, \cdots)$ をその固有値および規格化された固有状態としよう*2)．

$$\hat{A}|a_n\rangle = a_n|a_n\rangle. \quad (\langle a_n|a_n\rangle = 1) \tag{2.2}$$

このとき状態 $|\psi\rangle$ に対して $\hat{A}$ を測定し，測定値 a_n を得る確率は $|\langle a_n|\psi\rangle|^2$ で与えられる．ただし $|\psi\rangle$ は規格化されているものとする．そうして測定前の状態 $|\psi\rangle$ はこの測定を通して，固有状態 $|a_n\rangle$ に移行する．これが，量子力学における物理量の測定に関する基本仮定である．

演算子の中には各演算子を記述する際に用いられる基本演算子と言うべきものがあって，ヒルベルト空間 $\mathcal{H}$ はそれらの充たす代数の既約表現空間として規定される．その典型的な例は正準交換関係であって，1 粒子系の場合，粒子の位置および運動量の演算子を $\hat{q}_i$ および $\hat{p}_i$ $(i = 1, 2, 3)$ とするとき，その代数は

$$\begin{cases} [\,\hat{q}_i, \hat{p}_j\,] = \mathrm{i}\hbar\delta_{ij}, \\ [\,\hat{q}_i, \hat{q}_j\,] = [\,\hat{p}_i, \hat{p}_j\,] = 0 \end{cases} \tag{2.3}$$

である．ここで $\hbar$ はプランク定数 h を 2π で割った量である．(2.2) は $\hat{q}_i, \hat{p}_i$ の添字のとる値の範囲を変えることによって，有限の任意自由度の系に拡張することができる．さらにスピンと呼ばれる粒子に固有の角運動量*3)とも言うべき物理量も基本演算子とみなさ

*1) この意味で状態はまた**状態**ベクトルとも呼ばれる．

*2) 以下，$|\psi\rangle, |\chi\rangle\ (\in \mathcal{H})$ の内積を $\langle\chi|\psi\rangle$ と書く．状態 $|\psi\rangle$ が規格化されているとは，与えられた $|\psi\rangle$ に適当な複素数をかけて $\langle\psi|\psi\rangle = 1$ としたものを言う．

*3) ただしスピンの古典的な対応物は存在しない．

れる．ともあれ状態ベクトルはこれらの演算子の表現空間の元として与えられ，従って演算子の表現は極めて重要な役割をもつ．

このような状態の概念は，量子論に特有で古典論には全く見られなかったものである．そうして状態はシュレーディンガー方程式に従って時間的に変化することが知られている．あえて書くならば，時刻 t における系の状態およびハミルトニアンを，それぞれ $|t\rangle$ および $\hat{H}$ とするとき

$$i\hbar\frac{d|t\rangle}{dt} = \hat{H}|t\rangle \tag{2.4}$$

で与えられ，状態という波動の時間的な変化は (2.4) によって表される．それはヒルベルト空間の元の時間に伴う振舞いであって，我々の住む 3 次元空間内で伝搬する光波や音波のようないわゆる実在波とは異なることに注意すべきである．

量子力学では，時間が経過しても粒子の種類や個数は一定に保たれる．電子は何時までも電子であり陽子は陽子である．しかし素粒子の世界では粒子の**相互転化**ということが起こる．例えば陽子 p は正の電荷をもった湯川中間子 π^+ を放出して中性子 n に転じ，逆に中性子は π^+ を吸収して陽子に変わるということが起こる．

$$p \rightleftarrows n + \pi^+. \tag{2.5}$$

このような π 中間子の放出・吸収という現象は核子間に強い引力を生み出す原因になっているのだが，関与する素粒子のそれぞれの数は変化している．また π^+ も取り出されると 10^{-8} 秒程度で μ^+ と ν_μ という 2 種類の素粒子に変化し，μ^+ は 10^{-6} 秒程度で $e^+, \nu_e, \bar{\nu}_\mu$ に転化する．いわゆる粒子の生成・消滅が起こるわけで，素粒子の世界ではごくありふれた現象であるが，このような粒子数の変化は量子力学の枠内では議論できない．これを理論的に記述するには場の量子論を必要とする．

場という言葉は，電磁場や重力場など古典物理ですでになじみの深いものであるが，場の量子論はこのような場を量子論に従う演算子として扱う理論であって，通常の量子力学が有限個の質点の量子論であるのに対して，場の量子論は場という連続体の量子論である．

各素粒子にはそれを記述する場が存在すると考えられている．そうして，様々な場を量子論的に扱うことによって対応する粒子像が導かれる．電子は電子場，中間子は中間子場，光子は電磁場等々，それぞれの任意個数の粒子は対応する量子論的場によって記述され，さらにそれらの生成・消滅の記述をも可能にして，素粒子の相互転化の議論へと結ばれるのである．この意味で，場の量子論は素粒子の振舞いを広く理解する上で欠かすことができないが，本稿では以下でわずかに触れるにしても，立ち入って論じることはしない．むしろ，粒子の生成・消滅を伴わない範囲内で，素粒子の古典物理には見られない性質を眺めることにする．

■ 3. 同種の素粒子の記述 ■

古典論での運動量とかエネルギーなどの物理量は，これを演算子として記述することにより量子力学に引き継がれるが，状態の概念は古典論とは大きく異なるために，量子力学ではこれに特有の新しい質の発現が見られる．その代表的な例の一つは同種粒子の扱いであろう．与えられた 1 個の素粒子の状態を $|\xi\rangle$ と書こう．ξ はこの粒子の状態を一意に指定するためのパラメータで，例えば運動量の固有値やスピンの z 軸方向成分の固有値などである．そうして ξ が様々な値をとるときの $|\xi\rangle$ の全体は，この粒子を記述するヒルベルト空間の基底ベクトルすなわち規格完全直交系をつくるものとする．今このような素粒子（以下，単に'粒子'と書く），つまり同じ質量，同じ電荷，同じスピンの大きさ，$\cdots$ 等々をもったいわば性質が全く同じ粒子 n 個からなる集団を考えよう．粒子には $1, 2, \cdots, n$ の番号をつけて，第 j 番目の粒子の状態を $|\xi_j\rangle_j$ とし，ξ_j が様々な値をとるとき，それらが全体としてヒルベルト空間 $\mathcal{H}_j$ の基底ベクトルをつくるとする．このとき n 個の粒子のヒルベルト空間は $\mathcal{H} = \mathcal{H}_1 \otimes \mathcal{H}_2 \otimes \cdots \otimes \mathcal{H}_n$ となり

$$|\xi_1, \xi_2, \cdots, \xi_n\rangle \equiv |\xi_1\rangle_1 |\xi_2\rangle_2 \cdots |\xi_n\rangle_n \tag{3.1}$$

は $\mathcal{H}$ の基底ベクトルを与える．右辺の積は左から $\mathcal{H}_1$ の基底，$\mathcal{H}_2$ の基底，$\cdots$，$\mathcal{H}_n$ の基底の順に並べるとする．従って $\mathcal{H}$ における任意の状態ベクトル $|\phi\rangle$ はその 1 次結合

$$|\phi\rangle = \sum_{\xi_1, \xi_2, \cdots, \xi_n} \phi(\xi_1, \xi_2, \cdots, \xi_n) \times |\xi_1, \xi_2, \cdots, \xi_n\rangle \tag{3.2}$$

で表される．ここで複素数係数 $\phi(\xi_1, \xi_2, \cdots, \xi_n)$ は同種粒子の**波動関数**と呼ばれ，状態ベクトル $|\phi\rangle$ に一意に対応するので，しばしば $|\phi\rangle$ の代わりに用いられる．言うまでもなく ξ_j $(j = 1, 2, \cdots, n)$ が連続値を

とるときには，上式右辺の和は積分 $\int d\xi_1 d\xi_2 \cdots d\xi_n$ で置き換えねばならない．

ところで「同種粒子は識別不可能である」ことが量子力学では仮定される．

かつては，存在するということ自体が他と区別できるということを意味していた．実際，古典力学においては，同種の粒子と言えどもその軌道を追いかけることによって区別ができる．しかし量子力学では，不確定性原理により位置と運動量の値を同時に決めることができない．軌道の概念がここでは失われるのである．その結果，性質が同じで識別不可能な粒子が何個でも存在することになる．恐らく，これを現実に可能ならしめているのは，実は粒子に対応して背後に単一の量子論的な場が存在し，それによって彼らが記述されるためであると考えられる．

この識別不可能性は，粒子に対する $1, 2, \cdots, n$ の番号付けを勝手に変えても，状態 (3.1) は互いに区別できないことを意味する．この番号の付け替えの変換は n 次の対称群 S_n をつくり，$\sigma \in S_n$ はヒルベルト空間 $\mathcal{H}_j$ を $\mathcal{H}_{\sigma j}$ $(j = 1, 2, \cdots, n)$ に変える．ここで $\sigma 1, \sigma 2, \cdots, \sigma n$ は $1, 2, \cdots, n$ の順列である．その結果 (3.1) 右辺で左から j 番目にあった状態 $|\xi_j\rangle_j$ は，σj 番目に移行して $|\xi_j\rangle_{\sigma j}$ となり，従って j 番目には $|\xi_{\sigma^{-1}j}\rangle_j$ が現れる．それゆえこの変換は

$$|\,\xi_1, \xi_2, \cdots, \xi_n\,\rangle \rightarrow |\,\xi_{\sigma^{-1}1}, \xi_{\sigma^{-1}2}, \cdots, \xi_{\sigma^{-1}n}\,\rangle \tag{3.3}$$

を導く．(3.3) は $\mathcal{H}$ 上のユニタリーな変換である．よって，ユニタリー演算子 $\hat{P}(\sigma)$ を用いて $|\phi\rangle$ に対し

$$\begin{aligned}|\phi\rangle \;\rightarrow\; & \hat{P}(\sigma)|\phi\rangle \\ =& \sum_{\xi_1,\xi_2,\cdots,\xi_n} \phi(\xi_1, \xi_2, \cdots, \xi_n) \\ & \qquad \times |\,\xi_{\sigma^{-1}1}, \xi_{\sigma^{-1}2}, \cdots, \xi_{\sigma^{-1}n}\,\rangle \\ =& \sum_{\xi_1,\xi_2,\cdots,\xi_n} \phi(\xi_{\sigma 1}, \xi_{\sigma 2}, \cdots, \xi_{\sigma n}) \\ & \qquad \times |\,\xi_1, \xi_2, \cdots, \xi_n\,\rangle \end{aligned} \tag{3.4}$$

を得る．それゆえ同種粒子の識別不可能性によりこの n 粒子系における任意の観測可能量 $\hat{A}$ の $|\phi\rangle$ および $\hat{P}(\sigma)|\phi\rangle$ による期待値は等しくなければならない．すなわち任意の $|\phi\rangle$ に対し $\langle\phi|\hat{A}|\phi\rangle = \langle\phi|\hat{P}^\dagger(\sigma)\,\hat{A}\,\hat{P}(\sigma)|\phi\rangle$，よって

$$\hat{P}^\dagger(\sigma)\,\hat{A}\,\hat{P}(\sigma) = \hat{A}, \quad \forall\sigma \in S_n \tag{3.5}$$

が成り立つ．ここで $\hat{P}^\dagger(\sigma)$ は $\hat{P}(\sigma)$ の共役演算子，それゆえ $\hat{P}(\sigma)$ のユニタリー性から $\hat{P}^\dagger(\sigma) = \hat{P}^{-1}(\sigma)$ で (3.5) はまた $[\hat{A}, \hat{P}(\sigma)] = 0$ に等しい．

定義から明らかのように $\hat{P}(\sigma)$ は

$$\hat{P}(\sigma)\hat{P}(\tau) = \hat{P}(\sigma\tau), \quad \sigma, \tau \in S_n \tag{3.6}$$

をみたす．すなわち $\hat{P}(\sigma)$ は S_n のユニタリー表現であって，$\hat{P}(\sigma)|\,\xi_1, \xi_2, \cdots, \xi_n\,\rangle\,(\sigma \in S_n)$ によって張られる空間は $n!$ 次元の S_n の表現空間をつくる．これを既約表現空間に分割しよう．

S_n の変換は各既約表現空間内で閉じているが，素粒子の種類によって特定の既約表現が特定の多重度で現れるということはあるであろうか[*4)]．これについて次の要請がなされる．

「S_n の既約表現は 1 次元表現に限られる．」

通常これは**対称性仮説** (symmetry postulate) と呼ばれており[*5)]，より基本的な原理からこれを導こうという試みもなされてきたが，言い換え以上のものはないようである[*6)]．

対称群の 1 次元の既約表現には (i) **完全対称表現**および (ii) **完全反対称表現**の 2 種類が存在する．それぞれの場合の $|\phi\rangle$ を $|\phi_+\rangle$ および $|\phi_-\rangle$，また係数 $\phi(\xi_1, \xi_2, \cdots, \xi_n)$ を $\phi_+(\xi_1, \xi_2, \cdots, \xi_n)$ および $\phi_-(\xi_1, \xi_2, \cdots, \xi_n)$ とすると

$$\begin{aligned}|\phi_\pm\rangle = & \sum_{\xi_1,\xi_2,\cdots,\xi_n} \phi_\pm(\xi_1, \xi_2, \cdots, \xi_n) \\ & \qquad \times |\,\xi_1, \xi_2, \cdots, \xi_n\rangle_\pm \end{aligned} \tag{3.7}$$

と書かれる．ただし

$$\begin{aligned} & |\,\xi_1, \xi_2, \cdots, \xi_n\rangle_+ \\ \equiv & \sum_{\sigma \in S_n} |\,\xi_{\sigma^{-1}1}, \xi_{\sigma^{-1}2}, \cdots, \xi_{\sigma^{-1}n}\rangle, \end{aligned} \tag{3.8}$$

$$\begin{aligned} & |\,\xi_1, \xi_2, \cdots, \xi_n\rangle_- \\ \equiv & \sum_{\sigma \in S_n} \mathrm{sgn}(\sigma)|\,\xi_{\sigma^{-1}1}, \xi_{\sigma^{-1}2}, \cdots, \xi_{\sigma^{-1}n}\rangle. \end{aligned} \tag{3.9}$$

ここで $\mathrm{sgn}(\sigma)$ は符号因子で σ の偶置換および奇置換に応じて，それぞれ $+$ および $-$ を表す．また (3.8) および (3.9) の右辺はそれぞれ，$|\,\xi_1, \xi_2, \cdots, \xi_n\,\rangle$ に $\sum_{\sigma\in S_n} \hat{P}(\sigma)$ および $\sum_{\sigma\in S_n} \mathrm{sgn}(\sigma)\hat{P}(\sigma)$ をかけて取り出された完全対称および完全反対称の既約表現であ

*4) 一般に d 次元の既約表現は d 個現れることが有限群の表現論で知られている．

*5) この仮説に反する実験結果は見つかっていない．

*6) 実際，理論の整合性という点からは他の可能性のあることが知られている[4)]．

る．(3.8) および (3.9) のそれぞれを基底として張られる $\mathcal{H}$ の部分空間を $\mathcal{H}_+$ および $\mathcal{H}_-$ と書く．言うまでもなく

$$|\phi_\pm\rangle \in \mathcal{H}_\pm \subset \mathcal{H} \tag{3.10}$$

である．

このようにして "対称性仮説" により，同種素粒子 n 個の状態ベクトルは $|\phi_+\rangle$, $|\phi_-\rangle$ の何れかに分類される．前者に属する素粒子は**ボゾン**または**ボーズ粒子**，後者に属するものは**フェルミオン**または**フェルミ粒子**と呼ばれる．

(3.7) ∼ (3.9) から直ちに

$$\hat{P}(\sigma)|\phi_+\rangle = |\phi_+\rangle, \tag{3.11}$$

$$\hat{P}(\sigma)|\phi_-\rangle = \mathrm{sgn}(\sigma)|\phi_-\rangle \tag{3.12}$$

が導かれる．それゆえ波動関数 $\phi_\pm(\xi_1, \xi_2, \cdots, \xi_n)$ は次の関係をみたすと考えてよい．

$$\begin{aligned} &\phi_+(\xi_{\sigma 1}, \xi_{\sigma 2}, \cdots, \xi_{\sigma n}) \\ &= \phi_+(\xi_1, \xi_2, \cdots, \xi_n), \end{aligned} \tag{3.13}$$

$$\begin{aligned} &\phi_-(\xi_{\sigma 1}, \xi_{\sigma 2}, \cdots, \xi_{\sigma n}) \\ &= \mathrm{sgn}(\sigma)\phi_-(\xi_1, \xi_2, \cdots, \xi_n). \end{aligned} \tag{3.14}$$

そうして粒子番号 j と k の入れ換え $j \leftrightarrow k, (j \neq k)$ に対応する $\hat{P}(\sigma)$ を $\hat{P}(j, k)$ とすれば，(3.11) および (3.12) に等価な式として

$$\hat{P}(j, k)|\phi_\pm\rangle = \pm|\phi_\pm\rangle \tag{3.15}$$

を得る．すなわち同種ボゾン（同種フェルミオン）の任意の 2 個の相互の入れ替えを行うとき，状態ベクトルは対称（反対称）の性質を示す．その結果，同種ボゾンは同じ状態に何個でも入ることができ，これに反して同種フェルミオンにおいては 2 個以上が同じ状態に入ることが許されない．ボゾン，フェルミオンの集団における状態占有のこのような違いは，異なる統計理論を導き，前者はボーズ統計，後者はフェルミ統計と呼ばれている．

"対称性仮説" に基づくこの 2 種類の統計は，粒子のスピンと密接に関係して，次の定理が知られている．

「同種粒子の統計をボーズ統計とフェルミ統計に限るとき，前者においては粒子のスピンは整数，後者では粒子のスピンは半整数である.」

スピンと統計の関係と呼ばれるこの美しい定理は，相対論的場の量子論に基づいて 1940 年 W. パウリによって導かれた[2]．ただしこれについてはすでに書いたことがあるので[3]，ここでは立ち入らない．ともかくその結果として，スピンが 0 の π 中間子や K 中間子あるいはスピンが 1 の光子はすべてボゾンであり，電子，μ 中間子，陽子，中性子，ニュートリノなどスピンが 1/2 の粒子はすべてフェルミオンに分類される．このようにして "対称性仮説" の下に，すべての素粒子はボゾンとフェルミオンという 2 つのタイプに分けられ，素粒子分類の基本が，量子論において初めて与えられたことになる．

本節を終わる前に若干の補足をしておこう．

一つは，合成系の問題である．これまでの経験から素粒子といっても，それが究極の '素' であるという保証はない．例えば π 中間子や K 中間子は，クォーク 1 個と反クォーク 1 個の結合した状態であって，'素' ではない．従って，これらに対し '素' を前提として得られた量子力学や場の量子論の結論は，そのまま成り立つであろうかという疑問が残るかもしれない．厳密な議論[5,6]は場の量子論によらざるを得ないが，結果のみを記せば，結合状態の詳細に依存しない範囲*7)で，ボゾンとボゾンの結合系はボゾン，ボゾンとフェルミオンの結合系はフェルミオン，フェルミオンとフェルミオンの結合系はボゾンと見なし得ることが示される．そうして，これにボゾンやフェルミオンを次々と付け加えていけば，議論は任意個数の結合系に拡張することができる．ついでに記すと，これは先に述べた 'スピンと統計の関係' に整合する．なぜならば，角運動量の合成則により，整数スピン同士あるいは半整数スピン同士の結合系は整数スピンとなり，整数スピンと半整数スピンの結合系は半整数スピンをもつことになるからである．

もう一つは**クラスター性**の問題である．我々は，ある系の振舞いを議論するときに，十分遠方の状況は無視できるということを前提としている．月の裏側を含め遠方のすべてを隅々にまで知らなくても，ある限られた空間領域内の知識で議論が可能だという性質はクラスター性と呼ばれ，このお陰で初めて我々は身近な経験を通して自然法則を知ることができる．恐らくこれは遠方からの相互作用あるいは力の影響が無視できることによるものであろう．

ところがボゾンの状態の完全対称性あるいはフェル

*7) このような状況は，いわゆる漸近的な世界において，つまり素粒子反応の充分前または充分後で実現されると考えられる．

ミオンの状態の完全反対称性は，同種粒子間の相互作用がもたらした結果ではない．例えば，同種のフェルミオンが2個同じ状態に入れないということは，すでに見たようにそれらの間に反発力があるためではない．“対称性仮説”によって力とは無関係に宇宙のすべての同種フェルミオンは反対称に絡み合っており，またすべての同種のボゾンは完全対称に絡み合っているのである．それにもかかわらず遠方を切り捨ててしまうクラスター性が現実に成り立っているとみなせるのはなぜであろうか．

話を単純化するために，同種のボゾン2個からなる系を考え，一つは身近な空間領域 D_I に，他方はこれから十分離れた空間領域 D_{II} にあるものとしよう．このとき識別不可能性から2個のうちどれが D_I にあるかあるいは D_{II} にあるのかを指定することはできない．実際，x 表示の波動関数を用いると状態は絡み合って

$$\phi_+(\boldsymbol{x}_1, \boldsymbol{x}_2)=\frac{1}{\sqrt{2}}\Big(\varphi(\boldsymbol{x}_1)\eta(\boldsymbol{x}_2)+\eta(\boldsymbol{x}_1)\varphi(\boldsymbol{x}_2)\Big) \tag{3.16}$$

と書かれる．ただし

$$\varphi(\boldsymbol{x})=0 \qquad \boldsymbol{x}\notin D_I, \tag{3.17}$$

$$\eta(\boldsymbol{x})=0 \qquad \boldsymbol{x}\notin D_{II} \tag{3.18}$$

である．同様に

$$\varphi'(\boldsymbol{x})=0 \qquad \boldsymbol{x}\notin D_I, \tag{3.19}$$

$$\eta'(\boldsymbol{x})=0 \qquad \boldsymbol{x}\notin D_{II} \tag{3.20}$$

として状態

$$\phi'_+(\boldsymbol{x}_1, \boldsymbol{x}_2)=\frac{1}{\sqrt{2}}\Big(\varphi'(\boldsymbol{x}_1)\eta'(\boldsymbol{x}_2)+\eta'(\boldsymbol{x}_1)\varphi'(\boldsymbol{x}_2)\Big) \tag{3.21}$$

を考え，(3.16) と (3.21) の内積をとってみよう．このとき，$D_I\cap D_{II}=\emptyset$ であるから，任意の $\boldsymbol{x}$ に対して

$$\varphi'^*(\boldsymbol{x})\eta(\boldsymbol{x})=\eta'^*(\boldsymbol{x})\varphi(\boldsymbol{x})=0 \tag{3.22}$$

が成り立つことを考慮すれば

$$\begin{aligned}
&\int d^3\boldsymbol{x}_1 d^3\boldsymbol{x}_2\, \phi'^*_+(\boldsymbol{x}_1, \boldsymbol{x}_2)\phi_+(\boldsymbol{x}_1, \boldsymbol{x}_2)\\
&=\frac{1}{2}\Big\{\int_{D_I} d^3\boldsymbol{x}_1 \varphi'^*(\boldsymbol{x}_1)\varphi(\boldsymbol{x}_1)\\
&\qquad\times\int_{D_{II}} d^3\boldsymbol{x}_2\, \eta'^*(\boldsymbol{x}_2)\eta(\boldsymbol{x}_2)\\
&\quad+\int_{D_{II}} d^3\boldsymbol{x}_1\, \eta'^*(\boldsymbol{x}_1)\eta(\boldsymbol{x}_1)\\
&\qquad\times\int_{D_I} d^3\boldsymbol{x}_2 \varphi'^*(\boldsymbol{x}_2)\varphi(\boldsymbol{x}_2)\Big\}
\end{aligned}$$

$$= \int_{D_I} d^3\boldsymbol{x}\, \varphi'^*(\boldsymbol{x})\varphi(\boldsymbol{x}) \int_{D_{II}} d^3\boldsymbol{x}'\, \eta'^*(\boldsymbol{x}')\eta(\boldsymbol{x}') \tag{3.23}$$

となり，φ, $\varphi' \in \mathcal{H}_I$ で記述される粒子と，η, $\eta' \in \mathcal{H}_{II}$ で記述される粒子はあたかも異種粒子のように扱えて，波動関数 (3.16) の代わりに $\varphi(\boldsymbol{x})\eta(\boldsymbol{x}')$ を用いても，同じ結論に達することが分かる．結果として我々は十分遠方の D_{II} に属する粒子の振舞いを無視することができる．実際，この 2 体系での観測量 $\hat{A}$ が，$|\boldsymbol{x}_1 - \boldsymbol{x}_2|$ が十分大きいときに

$$\hat{A} = \hat{A}(\boldsymbol{x}_1, \boldsymbol{\nabla}_1) + \hat{A}(\boldsymbol{x}_2, \boldsymbol{\nabla}_2) \tag{3.24}$$

と書かれるならば，状態 (3.15) による $\hat{A}$ の期待値は

$$\langle\phi_+|\hat{A}|\phi_+\rangle = \int_{D_I} d^3\boldsymbol{x}\, \phi^*(\boldsymbol{x})\hat{A}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{\nabla})\phi(\boldsymbol{x}) + \int_{D_{II}} d^3\boldsymbol{x}'\, \eta^*(\boldsymbol{x}')\hat{A}(\boldsymbol{x}', \boldsymbol{\nabla}')\eta(\boldsymbol{x}') \tag{3.25}$$

となり，遠方の η は手前にある φ から完全に分離される．ただし，期待値の計算のためここでは φ, η は規格化してある．

2 体系のハミルトニアン $\hat{H} = \hat{H}_1^0 + \hat{H}_2^0 + \hat{V}_{12}$ において，十分大きな $|\boldsymbol{x}_1 - \boldsymbol{x}_2|$ に対し $\hat{V}_{12} = 0$ であるならば，系の時間発展に対してもシュレーディンガー方程式媒介として同様の議論を行うことができる．ただし上の $\hat{H}_j^0$ $(j = 1, 2)$ は番号 j の粒子に対する自由ハミルトニアンで $\hat{H}_j^0 = -(\hbar^2/2m)\boldsymbol{\nabla}_j^2$ である．

以上のボゾン 2 体系の議論は，フェルミオンや幾分複雑になるが多体系の場合に拡張できることは明らかであろう．

このようにして，“対称性仮説” をみたしていても，遠方の粒子との相互作用が無視できる限り，そこでの状況を考慮することなしに手近な系についての正しい議論を行い得ること，すなわちクラスター性が成立することが分かる．

注意すべきことは，(3.23), (3.25) で用いられた D_I での波動関数に現れる $\boldsymbol{x}$ は，(3.16) の $\boldsymbol{x}_1$ や $\boldsymbol{x}_2$ と関数関係で結ばれる量ではない．“対称性仮説” の下では $\boldsymbol{x}$ は本来存在せず，ある条件の下に (3.23), (3.25) において導入されたエフェクティヴ (effective) な量であって，その使われ方から D_I における粒子の位置と解釈される．また ‘状態’ $\varphi(\boldsymbol{x})\eta(\boldsymbol{x}')$ もエフェクティヴなもので，$\varphi(\boldsymbol{x}_1, \boldsymbol{x}_2)$ の属するヒルベルト空間 $\mathcal{H}_+$ 上には，もともと存在しないものであった．

このような $\varphi(\boldsymbol{x})$ については，状態ベクトルのリアリティの問題と関連して議論のあるところと思うが，話が本筋からずれるのであえて立ち入らないことにする*8)．

4. 終わりに

素粒子記述における量子論特有の概念の一つとして，ボゾンとフェルミオンについて述べてきた．

しかし素粒子を特徴づけるものとして古典論では表すことのできないものはいくつかある．例えば，スピン，固有パリティ (intrinsic parity)，反粒子，アイソスピン，等々である．これらはすべてボゾンやフェルミオンの場合のように同種の集団にかかわる性質として与えられるものではなく，むしろ個々の素粒子を規定するものとして導入された．それらはすべてヒルベルト空間上において初めて定義され，その意味で古典的な対応物がなく，量子力学もしくは（相対論的）場の量子論に基づいて議論すべきものである．

これらについても少しく論じる予定であったが，話がやや多岐にわたり，それにすでに予定のページ数を超過してしまった．従ってそれらの説明は割愛せざるを得ない．

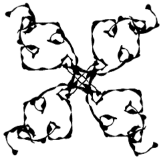
参考文献

1) 『理科年表』(平成 18 年机上版，国立天文台編，丸善) 472–476 (2006). より詳しくは，*Review of Particle Physics* (ed. Particle Data Group): *Phys. Rev.* **D66**, 010001 (2002).
2) W. Pauli: *Phys. Rev.* **58**, 716 (1940).
3) 大貫義郎：別冊・数理科学『相対論の歩み』, 186 (2005).
4) Y. Ohnuki and S. Kamefuchi: *Quantum Field Theory and Parastatistics*, University of Tokyo Press/Springer–Verlag (1982).
5) W. Zimmermann: *Nuovo Cim.* **10**, 597 (1958).
6) P. Redmond and J.L. Uretsky: *Ann. Phys.* **9**, 106 (1960).

（おおぬき・よしお，名古屋大学名誉教授）

*8) 運動量密度やエネルギー密度の演算子が定義できる場の量子論と異なり，量子力学では局所性の概念を演算子の性質に持ち込むことができず，それは状態ベクトルへの制約として扱われる．そのため局所性に関係する議論はしばしば迂遠になる．

中間子の予言
湯川秀樹生誕百年



九後　汰一郎

1. 湯川・朝永生誕百年

今年2006年3月31日は朝永振一郎博士の，2007年1月23日は湯川秀樹博士の，それぞれ生誕百年である．湯川・朝永両博士にゆかりの京都大学，筑波大学，大阪大学の三大学は，国立科学博物館と共催で，今年3月25日から40日あまり東京上野の国立科学博物館で企画展「素粒子の世界を拓く—湯川秀樹・朝永振一郎生誕百年—」を開催した．これには，この種の科学啓蒙的な企画展としては破格の4万人以上の入場者を数えた．この企画展はその後，筑波大学，京都大学，大阪大学の順にそれぞれの大学で修飾は変わっても基本的には同じ内容で開催され，2007年にはさらに全国の方々の大学で巡回展が計画されている．

このことからも窺えるように，日本のノーベル賞受賞の第1号，第2号の湯川，朝永両博士は，単に物理学界の巨人というだけに閉じない，日本国民一般において極めて大きな存在だった．事実両博士は，相協力して，全国共同利用研究所という全く新しい制度の創設を初めとした戦後の研究体制の構築から，広く教育，文化，平和の国民的諸課題まで積極的に取り組んだ．中でも冷戦下での激しい核兵器開発競争という人類存亡に関わる事態の中で，ラッセル・アインシュタイン宣言への署名，パグウォッシュ会議，科学者京都会議などを通して，原子力の平和利用への世論形成に大きな寄与をした．

しかしながらこの稿では，湯川の中間子論に関する物理学の問題やその歴史的背景と意義に話を絞ることにする．（ここ以降，敬称は略する．）

2. 物理学の最前線へ

湯川や朝永が京都大学に入学したのは1926年であり，まさに量子力学の誕生の時期であった．ハイゼンベルクの行列力学の論文が前年に出て，その年にやっとシュレーディンガーの波動力学の論文が出た，という年である．湯川は早熟で，既に三高時代にも「量子論」の英訳教科書を精読し，京都大学理学部に入学してからも早くも2年生のときにはシュレーディンガーの波動力学論文集をむさぼり読み，3年生のときには，提出間もないディラックの相対論的電子論を勉強している．近くに量子力学を理解する先生も居ず，もちろん纏まった教科書なども全くない中で，重要な文献を的確に選んでいることにも感心させられる．湯川は，それでも，続々と出る量子力学の新しい成果の洪水の中で「自分は遅れたかも知れない」と焦るのである．湯川に勝るとも劣らない才能を持つが，もう少し奥手である朝永は，こういう湯川を前にしてさらに焦っただろうと，想像する．しかし，両人はお互いに文献などの情報を交換しながら共に切磋琢磨し，3年生の卒論を終える頃には知識としては世界の物理の最先端にほぼ追いつくのである．実際，ちょうど彼らの卒業した1929年

に，理化学研究所（理研）の招聘で，ハイゼンベルクとディラックが来日し，東京大学と理研で彼ら自身の最新の成果について講義をしたが[*1)]，朝永は東京へこれを聴きに行き，「原論文で勉強していたのでわかった気がした．大変自信を得るきっかけになった.」[1)]と言っている．

大学卒業後も2人は共に無給副手として京都大学に残り研究を続けるが，こういう状況の中で，大発見の相次ぐ「奇跡の年」1932年を迎えるわけである．すなわち，チャドウィックが2月に中性子を発見し，重水素が発見され，9月にはアンダーソンが陽電子を発見する．また，コッククロフト・ウォルトンの加速器が人工原子核破壊に初めて使われ，ローレンスのサイクロトロンも誕生している．特に中性子が発見されるや否や，ハイゼンベルクは原子核構造の論文を立て続けに発表し，原子核理論が始まる．原子核の構成子である陽子や中性子，それに電子や陽電子，などの素粒子世界に対する興味や研究もほのかに見え始める．

湯川は実に強運の人である．量子力学の応用として原子や分子，固体物性などの分野を研究するという観点ではやや出遅れたのであるが，原子核や素粒子の世界の解明という点では，まさにこの大発見の年という幕開けに立ち会い，日本が欧米に比べ遅れているというハンディがほとんどない僥倖に遭遇したわけである．佐藤文隆氏の言うように，「20世紀の物理学の一大革新期の波頭にちょうど出くわし，それにうまく乗る勇気と才能を持ち合わせていた」[2)]のである．

3. 核力の問題へ：1933年仙台学会講演

湯川は，1932年4月には湯川スミと結婚し，ハイゼンベルクの原子核構造論の仕事を契機として，秋頃から核力の問題に取り組み始める．原子の大きさの10万分の1，10^{-15} m，という非常に小さな原子核の中にそんなにも堅く陽子や中性子をつなぎ止めている強い力——核力——の起源は何なのか？

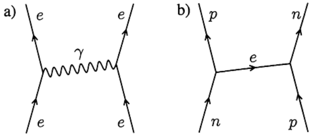


図1　湯川は，a) 電子 (e) 同士の間の電磁気力が光子（γ）の交換で生じるように，b) 中性子（n）と陽子（p）の間の力は電子（e）の交換で生じる，と考えた．

湯川理論のアイデアの原型は，すでに1933年の春にはできていた．すなわち，1933年4月3日の東北帝国大学において行われた数物学会年会での講演（いわゆる仙台講演）である．湯川は学会講演はもちろん，研究室での発表でも必ず丁寧な原稿を作っていた．仙台講演の原稿では，「Neutronがelectronをemitして Protonになり，Protonがelectronをabsorbして Neutronになるということ自身が，Neutron, Protonの間のinteractionの原因となること，あたかもelectronがradiationをemitまたはabsorbしうるということがelectron同士のinteractionの原因となる如きもの」と記している．（もちろん，ここでneutron，proton，electronというのは，それぞれ中性子，陽子，電子であり，radiationとは，輻射＝光子のことである.）ファインマン図と呼ばれるものでこのアイデアを図示すると，図1のようになる．時間は下から上へ流れているとしている．ただこのアイデアだと，核子（原子核を構成する陽子と中性子をまとめて核子と呼ぶ）によって放出・吸収される電子がフェルミ統計に従うことが，場の方程式と矛盾している[*2)]ことを，湯川自身が講演の最後に指摘している．この講演を聴いた仁科芳雄が「ボーズ統計に従う電子」を示唆したとされるが，それ

*1)　読者の興味のために講義題目を挙げておくと，ハイゼンベルクは，1. 強磁性体の理論，2. ブロッホ（Bloch）の電気伝導論，3. ハイゼンベルク・パウリの場の量子論を，ディラックは，1. ディラック方程式，2. 統計量子力学，3. 電子の交換力によるスピン–スピン相互作用について，それぞれ講義している．

*2)　スピンが半整数の粒子はフェルミ統計に従い，一つの相互作用頂点に付くフェルミ粒子は偶数個でなければ矛盾する．

は湯川自身の指摘を受けてのものであった．この時点における湯川の重要な認識は，もう一つ，交換される粒子（この場合電子）の質量 m の逆数に比例するコンプトン波長 $\hbar/mc$ が，その交換によって生じる力の到達距離を与える，という認識である．事実，仙台講演の予稿には，「電子には静止質量があることからして中性子と陽子との間の距離が $\hbar/mc$ に比して大きくなれば相互作用の勢力は急激に減少することが予想される」と書いている．

これは自身で「予想」と書いているように，数式を用いて導いたものではない．おそらく次のような物理的考察に基づくものであったろう．すなわち，質量 m の粒子は，エネルギー $E = mc^2$ を持っている．核子は，古典論的にはエネルギーが足りないからそんな粒子を放出できない．しかし量子論的には，エネルギーと時間の間の不確定性関係

$$\Delta E \cdot \Delta t \sim \hbar$$

があり，短い時間ではエネルギーを正確には確定できないので，大きなエネルギー $\Delta E \sim mc^2$ を持つ粒子でも，ごく短い時間 $\Delta t \sim \hbar/\Delta E$ なら放出できる．この時間内にこの粒子が最大光速 c で飛んでいくとすると，

$$\lambda = c\,\Delta t \sim c\,\frac{\hbar}{\Delta E} \sim \frac{\hbar}{mc} \qquad (1)$$

の距離 λ だけ，到達することができる．この表式はコンプトン波長に他ならず，これがこの粒子の交換によって生じる力の到達距離を与える．

ところが！ である．湯川の残した仙台学会の講演原稿では「実際計算すると出てこない」と訂正されている．その左側の原稿前ページの裏面には「想像の誤り，$\cdots$ $\hbar/mc$ はきいてくるが，abstract で述べた意味では入ってこない．」と書き込まれている[3]．実際に数式を用いた計算を進めてみるとこの距離で急激に減衰する表式が出てこない！ と言っているのである．

これはどうしたことであろうか？ もう少し詳しいことがその頃書かれた話し口調の「ボーズ電子論」の草稿に記されている．そこにおける「湯川の議論に従えば，… 電子のコンプトン波長を含む項は一種の位相因子として入り，… 距離と共に急激に減少するとは言えないという結論に導かれる．」[3]

湯川ポテンシャルは，電子場に対して非相対論的なシュレーディンガー方程式を書いても出るはずなので，指数関数の減衰因子でなく「位相因子として入り」と言っているとすると，湯川も大分混乱していたことになる．ところが，この仙台の学会後，1933 年のおそらく 6 月頃に朝永が湯川に手紙を出している*3)．朝永は，核子間の引力のポテンシャルとして遠距離で急激に小さくなる関数を 3 つ仮定して，核力の到達距離をパラメータにして，重水素の束縛エネルギーと陽子中性子散乱の振幅を計算したが，その報告を湯川に送ったのである．この手紙が特に興味深いのは，朝永が，この 3 つの関数の一つとして今日湯川ポテンシャルと呼ばれる

$$U(r) \propto -\frac{e^{-\kappa r}}{r} \qquad (2)$$

を用いていた点である．（この手紙は現在京都大学総合博物館で開催中の湯川・朝永生誕百年記念展で陳列されいるので，興味ある読者は是非見られたい．）この関数は，クーロンポテンシャル $1/r$ に比べて，指数因子 $e^{-\kappa r}$ がかかっており，距離 $r \sim 1/\kappa$ より大きくなると急激に減少する．もちろん朝永は純粋に現象論的にその関数形をとっただけであり，決して数式からその関数形を導いたわけではなかった．しかし，その関数形を用いた核力の計算を目の当たりにした湯川に相当なインパクトを与えたのではなかろうか？ その手紙が湯川にもう一度考え直すきっかけを与え，ついに湯川ポテンシャルが $(\triangle - \kappa^2)U = 0$ の（原点に源を持つ）解だということを，1933 年から 1934 年にかけて発見したのではないか，と筆者は想像するのである．そうだとすると，朝永は湯川のノーベル賞の仕事に対しても極めて重要な貢献をしていたことになる．湯川は，実際ノーベル賞の対象となっ

---

*3) この手紙には日付が書いてなく，封筒も残っていない．しかし内容から，すでに暑いときでありかつ 6 月 20 日より前，と推測できる[4]．小沼通二氏のご教示に感謝する．

た彼の第一論文[5)]の脚注で，朝永が現象論的なポテンシャルで重水素の束縛エネルギーと陽子中性子散乱を計算していることを引用し，感謝している．

4. π 中間子の予言へ

湯川は 1933 年 5 月には大阪帝国大学理学部講師となり，夏には西宮市苦楽園に転居している．1934 年早々フェルミの β 崩壊の理論が現れるが，その論文を伏見康治が阪大にもたらす．原子核の β 崩壊とは，原子核中の中性子が，陽子と電子と反ニュートリノに崩壊する過程

$$n \rightarrow p + e + \bar{\nu}_e$$

である．フェルミは，パウリによって存在が予言されたニュートリノを採り入れ，図 2 に示すような，統計と矛盾しないフェルミ粒子 4 体が関与する相互作用——今日 4 体フェルミ相互作用と呼ばれる——を書き下した．この仕事は素粒子の「弱い相互作用」に対して初めて場の理論を適用した画期的なものであり，湯川にも強い衝撃を与えた．これが現れるとすぐにタム（Tamm）とイワネンコ（Iwanenko）は，図 3 に示すように，この 4 体フェルミ相互作用を 2 回用いれば，陽子と中性子が，電子と反ニュートリノの対を交換して，互いに力を及ぼすことができることを指摘し，その計

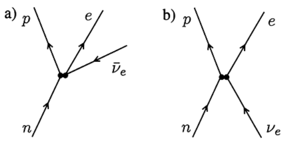


図 2　4 体フェルミ相互作用．a) が β 崩壊に相当する．場の理論では，反ニュートリノの線を折り返した図 b) も同等に存在する．

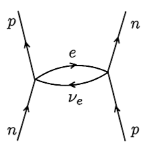


図 3　タムとイワネンコが計算した過程．

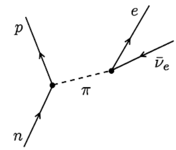


図 4　湯川は，図 2a) の 4 体フェルミ相互作用も，π 中間子が媒介していると考えた．

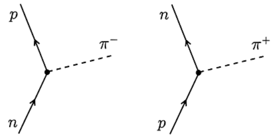


図 5　湯川相互作用．

算をした．しかし，これは原子核の強い力を説明するには余りに弱いことが判明した．

湯川は，フェルミの β 崩壊の理論の成功点は残しつつ，陽子と中性子の間の強い力を説明するにはどうすればよいのかに思考を集中する．そしてついに，1934 年 10 月の初めのある日に，新しい粒子，質量が電子の 200 倍の粒子——π 中間子[*4)]——が存在するのだというアイデアに到達する．これは，10 月 27 日付けの未完の講演草稿に生々しく書かれている．フェルミの理論における図 2 の 4 体相互作用は，一つの過程ではなく，実はその間に「何か photon（光子）に似たような他の種類の quanta が介在している」と考える．この quanta（量子）が，湯川の π 中間子であり，図 4 のように，中性子が陽子に転化するときに放出され，それが電子，ニュートリノに吸収される，と考える．これがフェルミの弱い相互作用である．しかし，湯川理論では，中性子 $\leftrightarrow$ 陽子の転移によって π 中間子が放出・吸収される図 5 の 3 体過程が基本相互作用である．このようなフェルミ粒子 2 体とボーズ粒子 1 体の頂点を持つ相互作用は今日一般に湯川相互作用と呼ばれる．それを 2 回使って図 6 のように，中性子と陽子の間で π 中間子を交換すれ

*4)　陽子の質量は電子の 1880 倍であり，したがって湯川の粒子は電子質量と陽子質量の中間の質量を持つという理由で後に中間子（メソン）と呼ばれた．

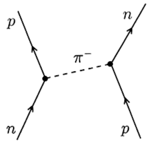


図6　π 中間子の交換で強い核力が生じる.

ば，強い力を生じ得る．この π 中間子交換による力の到達距離は上の (1) 式より（あるいは下で紹介する湯川ポテンシャルの表式から）π 中間子のコンプトン波長 $\hbar/mc$ であり，それが原子核の大きさ $l_N \simeq 2\times10^{-15}$m 程度でなければならないから，π 中間子の質量は，その静止エネルギー mc^2 で言って

$$mc^2 = \frac{\hbar\cdot c}{l_N} \simeq \frac{2\times10^{-13}[\mathrm{MeV}\cdot\mathrm{m}]}{2\times10^{-15}[\mathrm{m}]} = 100\,\mathrm{MeV}$$

くらいと予言される．プランク定数の値 $\hbar\cdot c = 2\times10^{-13}\mathrm{MeV}\cdot\mathrm{m}$ を用いた．（MeV は，100 万電子ボルトというエネルギーの単位.）電子質量 m_e は，$m_ec^2 = 0.5\,\mathrm{MeV}$ であるから，π 中間子は，電子の質量のほぼ 200 倍ということになる．

この考えでは，フェルミの 4 体相互作用が弱い理由は，π 中間子が（電子，ニュートリノ）に結合する強さが，（中性子，陽子）に結合する強さよりも，（1 億倍）弱いからである．すなわち，π 中間子を媒介させることによって，強い相互作用と，弱い相互作用が，それぞれ，π 中間子の核子（中性子，陽子）への結合定数と，レプトン（電子，ニュートリノ）への結合定数が異なり得るということで，統一的に理解できたのである．

ノーベル賞の対象になった欧文の第一論文は，11 月 1 日から書き始められ，途中 17 日に東大における数物学会 11 月常会での発表があり，完成稿が 11 月 30 日付けで数物学会誌 *Proceedings of the Physico-Mathematical Society of Japan* に投稿受理されている．この論文のタイトルは，よく知られているように，「On the Interaction of Elementary Particles I」，すなわち「素粒子の相互作用について I」である．この題名の示すように，そして上で述べた経緯からも明らかなように，湯川の問題意識は初めから，単に強い核力の説明というものでなく，弱い相互作用も含めた素粒子世界のすべての相互作用を記述しようという統一理論構築を企図したものであったのである．

5. 湯川ポテンシャル

本誌は数理科学の雑誌なので，湯川ポテンシャルに関して少し数式を用いて議論する．

湯川は，交換されるボーズ場 U に対して次のクライン・ゴルドン型の相対論的な方程式を仮定した*5)．

$$\left(\triangle - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2} - \kappa^2\right)U = \text{源}. \qquad (3)$$

ここでラプラシアン $\triangle$ は空間座標についての 2 階微分の和

$$\triangle \equiv \nabla\cdot\nabla \equiv \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$$

である．ナブラ ∇ は空間微分 $\partial/\partial\boldsymbol{x}$ である．空間座標 (x, y, z) と時間座標（の光速倍）ct の間の対称性を意味する相対論の要請から，式 (3) では，$(\partial^2/c^2\partial t^2)$ がマイナス符号で入っている．この場 U は，量子化すると，対応する新しい粒子の生成消滅演算子になる．この粒子=π 中間子のエネルギー $E = -i\hbar\partial/\partial t$ と運動量 $\boldsymbol{p} = i\hbar\nabla$ で，自由な場合（源=0）の式 (3) の $(i\hbar)^2$ 倍を書き直せば，

$$\left(\boldsymbol{p}^2 - \frac{1}{c^2}E^2 + \hbar^2\kappa^2\right)U = 0$$

となる．これより，$E^2/c^2 = \boldsymbol{p}^2 + \hbar^2\kappa^2$ の関係が出るが，これと相対論のエネルギー運動量の関係式 $E^2/c^2 = \boldsymbol{p}^2 + m^2c^2$ を比較すれば，クライン・ゴルドン方程式 (3) に現れるパラメータ κ は，この粒子の質量 m に比例し，そのコンプトン波長 λ，すなわち (1) 式の逆数であることがわかる．

$$\kappa = \frac{mc}{\hbar} = \lambda^{-1}.$$

*5)　論文の書き方は実は逆で，湯川ポテンシャル (2) を解として持つ相対論的波動方程式として (3) 式を導入している．

(3) 式右辺の「源」は，この粒子を放出・吸収する核子の場が与える．原点に核子がある場合，すなわち右辺の源が $4\pi g\delta^3(\boldsymbol{x})$ の場合，その周りにできる静的（時間変化のない）なポテンシャルは，

$$\left(\triangle - \kappa^2\right) U = 4\pi g\delta^3(\boldsymbol{x}) \qquad (4)$$

の方程式の解となる．質量項 κ^2 が 0 の場合は，電磁気学でよく知られたポアッソン方程式である．この方程式の球対称解が湯川ポテンシャル

$$U(r) = -g\frac{e^{-\kappa r}}{r} \qquad (5)$$

である．これを示そう．

球対称な関数，すなわち $r = \sqrt{\boldsymbol{x}\cdot\boldsymbol{x}}$ のみに依存する，任意の関数 $f(r)$ の上でラプラシアン $\triangle = \nabla\cdot\nabla$ を計算しよう．$\nabla r = \boldsymbol{x}/r$ や $\nabla\cdot\boldsymbol{x} = 3$（空間 3 次元のとき）に注意して，

$$\nabla f(r) = (\nabla r)\frac{d}{dr}f(r) = \frac{\boldsymbol{x}}{r}\frac{d}{dr}f(r).$$

よって，$f(r)$ を省略して

$$\begin{aligned}\triangle &= \nabla\cdot\nabla\\ &= (\nabla\cdot\boldsymbol{x})\frac{1}{r}\frac{d}{dr} + \boldsymbol{x}\cdot(\nabla r)\frac{d}{dr}\frac{1}{r}\frac{d}{dr}\\ &= 3\frac{1}{r}\frac{d}{dr} + \boldsymbol{x}\cdot\frac{\boldsymbol{x}}{r}\left(-\frac{1}{r^2}\frac{d}{dr} + \frac{1}{r}\left(\frac{d}{dr}\right)^2\right)\\ &= \frac{2}{r}\frac{d}{dr} + \left(\frac{d}{dr}\right)^2 = \frac{1}{r}\left(\frac{d}{dr}\right)^2 r.\end{aligned}$$

この表式を用いれば，(4) に r を掛けて，

$$\left(\frac{d^2}{dr^2} - \kappa^2\right) rU(r) = 0$$

が出て，$rU(r) \propto e^{-\kappa r}$ すなわち，湯川ポテンシャル $U(r) \propto e^{-\kappa r}/r$ がすぐに導かれる．この係数が $-g$ であるべきことは，(4) 式の両辺を，原点周りに半径 R の球 V_R 上で体積積分して，左辺も右辺と同じ $4\pi g$ を出すべきことから決まる．このとき，

$$\int_{V_R} dV\,\frac{e^{-\kappa r}}{r} = -\frac{4\pi}{\kappa^2}\left((1+\kappa R)e^{-\kappa r} - 1\right),$$

$$\begin{aligned}\int_{V_R} dV\,\nabla\cdot\nabla\frac{e^{-\kappa r}}{r} &= \int_{S_R} d\boldsymbol{S}\cdot\nabla\frac{e^{-\kappa r}}{r}\\ &= -4\pi(1+\kappa R)e^{-\kappa R}\end{aligned}$$

に注意する．S_R は半径 R の球の表面で，$d\boldsymbol{S}$ は S_R 上の面積要素である．

6. 素粒子論の展開

湯川のこの論文は，i) 新しい実体（存在）の導入を行ったばかりでなく，ii) 場の量子論を電磁気学に限定されない普遍的な方法として用い「力の場＝粒子」というパラダイムを確立した，という点で画期的なものであった．1934 年初めのフェルミの弱い相互作用の仕事と相まって，場の理論をその基本的な言葉ないしは方法とする新しい素粒子論という学問領域を創始したのである．

その後，朝永のくりこみ理論[6]や坂田昌一学派の複合模型，南部陽一郎の対称性の自発的破れの概念導入，など，日本人の多くの決定的な寄与を通して，素粒子論は，ほぼ 40 年間の苦闘の末，1970 年代中頃，強い相互作用，弱い相互作用，電磁相互作用，に対する標準模型の確立に至る．自然界のすべての相互作用がゲージ原理という単純で美しい幾何学的な起源を持つという，透明な理解に達したのである．一方，標準模型の向こうに，重力まで含めた統一理論があるだろうことも，ほぼ確かなように思える．しかしそこへの道程は未だ全く定かではなく，湯川，朝永のように若い人たちの未知の領域への果敢な挑戦を待っている．

参考文献

1) 朝永振一郎：『量子力学と私』（朝永振一郎著作集 11，みすず書房，1983）p18.
2) 佐藤文隆：科学，**76** (2006) 366.
3) 河辺六男，小沼通二，日本物理学会誌 **37** (1982) 265.
4) 自然 1981 年 11 月増刊号 p70 および文献 3).
5) H. Yukawa: *Proc. Physico-Mathematical Society of Japan*, **17** (1935) 48–57.
6) 宇川　彰：科学，**76** (2006) 369.

（くご・たいちろう，京都大学基礎物理学研究所）

クォークは誰が見たか



小平 治郎

1. はじめに

筆者に与えられた表題「クォークは誰が見たか」に大いに魅力を感じ，即座に執筆を安請け合いしたが，いざ原稿を書き始めようとして，いささか途方に暮れてしまった．理由は表題に対する答えは「誰も見ていない」からである．本稿では「誰も見ていない」のに，物理屋が「見た」と主張する理由を解説しようと思う．

物質の究極的構成要素（素粒子と呼ばれる）が何かは，古代ギリシャ時代からの人類の知的好奇心の的であった．現在我々が到達できるエネルギー領域では，すべての物質は，クォーク・レプトン，ならびにそれらの相互作用を担う，グルオン・弱ボソン・光子から構成されているという標準模型＝強い相互作用を記述する量子色力学（Quantum Chromo Dynamics: QCD）と電磁気的および弱い相互作用を記述する電弱理論（Glashow–Weinberg–Salam 理論）で記述されると考えられている．（電弱理論も含めた標準模型の解説は随所に見られるので，本稿では強い相互作用の観点からクォークの素顔を紹介する．）

高等学校の物理教程でも取り上げられているとおり，物質は電子（レプトン族の一つ）と原子核から構成されている．また，原子核は核子（陽子・中性子の総称）の束縛状態である．過去半世紀の理論的かつ実験的研究により明らかとなった事実は，核子は「素粒子」ではなく，核子ならびにその仲間であるハドロン（強い相互作用をする粒子）は，さらに基本的な「素粒子」クォークとグルオンから構成されていることが判明したことである．

さて，我々人間にとって「見える」とは何を意味するであろうか．人間，さらにはすべての動物において「見える」という現象は目が対応できる「光」に対する反応である．見える範囲は「可視光」であり，だからと言ってそれ以外の光は存在しないという結論にはならない．同様に，音に関しても人間にとって聞こえる音は「可聴周波数」のものであり，聞こえないからといってそれ以外の音波は存在しないという結論にはならない．このように，人間にとって「見える物，実感できる物」と「実在する物」との間には多少な，いや，時として大きなギャップが存在する．

一方，観測・測定技術の向上により，より小さな物質の姿，我々の通常の五感では認知できない現象が明らかになっているのは事実である．「高精度の顕微鏡」が開発され，分子・原子さらにはレプトン・ハドロンの姿も，少なくとも間接的には「見える」ようになった今，物質がクォーク（グルオン）から構成されていると物理屋が主張するならば，顕微鏡の分解能を更に上げクォーク（グルオン）を見せろと言うのが人情であろう．ただ，ここで問題となるのは，以下説明するように，クォーク・グルオンは「原理的に」見ることができないという事実である．この事実が我々の物質観に根本的変革をもたらしたことは言うまでもない．「決して見ることはできないが存在する!!」 したがって，クォーク・グルオンの存在は，ある意味で「仮説」ではある．しかし，その仮説があらゆる理論的・実験的検証に耐え得るならば，我々人間はその存在を確信することになる．実際，物質が分子，原子，…から構成されているという知識または英知も，それらが実際に「見えた」からではなく，同様な検証過程を経た結果得られたものである．

以下，「仮説」が「実在」に変貌する様子をクォーク模型の説明から始める．

2. クォーク模型

一般に質量の大きな粒子は様々な相互作用により，より軽い粒子に崩壊する．この事実は読者も高校時代の物理教程で習っていると思う．故に，自然界に存在するのは，崩壊しそこねた粒子を除いてほとんどが「安定な，崩壊しない」粒子である．そこで，世の中にどのような粒子が存在するかを確かめる方法を人工的に作ることとなる．エネルギー E と質量 m のアインシュタインの関係 $E = mc^2$（c：光の速さ）から，高エネルギーを供給できれば自然界に存在しない粒子も作り出すことが原理的には可能となる．

これを一つの目的に，世界中で様々な「加速器」が建設され，実験が繰り返された．その結果，当時では考えられない多数のハドロンが発見された．要素還元論の「信奉者」である物理屋，いや少なくとも筆者にとっては由々しき事態である．素粒子は核子とその仲間であるラムダ（Λ）粒子とする坂田模型に代表されるシナリオが追求されていたが，未曽有の数のハドロンが発見されたことで，このシナリオは完璧に行き詰まることになる．この状況にブレイクスルーを与えたのが，1960 年代半ばにゲルマンとツバイクにより導入された「クォーク」という素粒子である．

ここで，少し雑談を．物理学に限らず，科学の分野における専門用語・固有名詞には言語学的または歴史的に意味のあるものと，考案者・発見者のウィット（駄洒落？）によるものが混在している．クォークという名前も後者であり，命名者ゲルマンによると，ジェームス・ジョイスの小説『フィネガンズ・ウェイク』の中の一句「Three quarks for Master Mark」から取ったと言われている（Wikipedia より）．

本題に戻る．ゲルマンとツバイクが導入したのは，u（アップ），d（ダウン），s（ストレンジ）と命名された 3 種類のクォークであり，ハドロンはこれらの束縛状態で記述されるというのがクォーク模型である．この模型は当時発見されていた多数のハドロンの分類を見事に成し遂げた．ハドロンは核子等スピン半整数のバリオンと湯川中間子に代表されるスピン整数のメソンに分類されるが，クォーク模型によると，バリオンはクォーク 3 体の束縛状態であり，メソンはクォーク・反クォークの 2 体の束縛状態として記述される．

ここに至り，我々は遂に物質の究極的構成要素「素粒子」にたどり着いたと思われたが，自然はそう簡単にはその素顔を見せることはなかった．クォークはそれまでの常識からすると，粒子としては大変「奇妙な」代物である．例えば陽子（電子の電荷 e を単位として，電荷 $+e$ を持つ）は uud とクォーク 3 体の複合体と考えられるが，電荷の保存則を考えると，クォークは $(1/3)e$ を単位とした電荷を持つことになる．現代科学の出発以来，我々は電荷の大きさとしては電子のそれの整数倍の物しか観測していない．さらに，単純なクォーク模型は量子論の基本的概念の一つである統計性・パウリの排他原理と矛盾することがわかった．この原理はスピン半整数の同種粒子は同じ状態に存在できないと主張する．陽子はスピン 1/2 を持つフェルミオンだが，これを説明するためにクォークもスピン 1/2 を持つフェルミオンと仮定された．ところが，全く同じ 3 個のクォークが全く「同じ」状態にいるとしか考えられないバリオンが観測された．この問題を解決するため，クォーク模型に改修が加えられた．南部陽一郎らによる新しい自由度「色」の導入である．すなわち各クォークは 3 つの状態を取り得る（それぞれ 3 種類ある）というものである．この 3 種類を区別する指標として，ゲルマンは「色」という言葉を用いた．それぞれのクォークは，赤・緑・青（光の 3 原色）の 3 種類が存在することとなった．ここで「色」という言葉は，おそらくゲルマンのウィットであり，我々が「見える」色とは一切関係ない．単に 3 種類の粒子を区別する指標である．ただ，後に説明する「クォークの閉じ込め」の観点からは実に的を得た命名であった．この改修により，パウリの排他原理との矛盾は容易に解決される．「全く同じ 3 個のクォーク」を「色の異なる 3 個のクォーク」に変えれば良い．

なお，色の自由度に対し，もともとハドロンの分類に導入されたクォークの種類（u, d, s）の自由度は「香」と呼ばれている．ここでも「香」という名前は，我々が感知できるものとは一切関係ない．この香の自由度（クォークの種類）に関しては，当初は 3 種類であったが，現在では 6 種類（u, d, s, c, t, b）あると考えられている．色による違いを考えるとクォークは $6 \times 3 = 18$ 種類あることになる．

3. QCD の誕生

1960 年代後半「色付きクォーク模型」の確からしさが次第に認知されてきたが，それはあくまで「模型」であった．単なるハドロンの分類作業，さらに電荷 $(1/3)e$ の粒子が発見されない状態で，クォークは「実在」す

るか，または単なる数学的「方便」なのかの「問」には決着は着かなかった．実際，クォークは実在しないと考えた物理屋も多かった．クォークを「見た」すなわち「実在する粒子」と主張するには，クォークのダイナミックスを記述できる相対論的量子力学「場の理論」へとクォーク模型を昇華させる必要があった．

多くの人に馴染深い電磁気学は，荷電粒子とその相互作用を記述する理論であるが，荷電粒子に働く力は電磁場（量子論的には光子）による．そして，相互作用の強さ（場の理論では結合定数と呼ばれる）は荷電粒子の電荷の大きさに比例する．これを記述する場の理論が，量子電磁力学（Quantum Electro Dynamics: QED）である．群論的には $U(1)$ ゲージ理論と呼ばれ，光子はゲージ場として理論の中に自然に現れる．QCD も基本的構造は QED とそう変わらない．QCD はクォークとその相互作用を記述する理論であり，クォークに働く力はグルオン（グルー：糊の意味で命名された）による．光が荷電粒子の電磁気的な電荷を感知するのに対し，グルオンはクォークの「色電荷」を感知する．その大きさは別にして，電磁気的電荷は 1 種類であるのに対し，「色電荷」は 3 種類あることから，QCD は QED と異なり，群論的には $SU(3)$ ゲージ理論，また $SU(3)$ は非可換群なので，一般的に非可換ゲージ理論と呼ばれるものの一つである．QED と同様，グルオンはこの理論でのゲージ場であり，QCD の場合「色の異なる」 8 種類が存在する．

非可換ゲージ理論自体は 1954 年に Yang と Mills によって考えられていた．しかし，この理論はゲージ場としての質量ゼロのベクトル粒子（長距離相互作用）を含み，素粒子相互作用の理論としては，当時は到底受け入れがたい理論であった．また，意味のある場の理論として要求される「繰り込み可能性」も証明されていなかった．1970 年代に入り非可換ゲージ理論の繰り込み可能性が証明されると，この理論は一躍脚光をあび，既に提唱されていた電弱理論も現実的なものとなる．1973 年には Gross, Wilczek, Politzer により，非可換ゲージ理論の漸近的自由性が発見され，強い相互作用はグルオンをゲージ場とした $SU(3)$ 非可換ゲージ理論で記述されるという，場の理論としての QCD の誕生へと導かれた[1]．

4. QCD の多彩，かつ驚くべき性質

QED と QCD の違いを考えてみよう．まず QED であるが，相対論的量子論効果を考慮すると，荷電粒子が存在するとその周りでは粒子・反粒子（電子・陽電子）対が仮想的に生成，消滅を繰り返している（不確定性原理）．その結果「遮蔽効果」が起こり，荷電粒子の電荷は近くで観測した場合と遠方で観測した場合では異なって見える．電磁気学では荷電粒子の近くほどその電荷は大きくなる．同じ考察を QCD（非可換ゲージ理論）に適用すると決定的な違いが現れる．電磁場（光子）は自分自身は相互作用しない（電磁場は電荷を持たない）が，グルオンは自分自身相互作用する（既に触れたようにグルオンは色電荷を持つ）という違いである．したがって，色電荷を持つ粒子が存在すると，その周りではクォーク・反クォーク対のみならずグルオンのペアも生成，消滅を繰り返す．その結果 QCD では電磁気学とは逆の現象「反遮蔽効果」が起こっている．すなわち，色電荷を持つ粒子の近くに行くほどその大きさは小さくなり，距離が離れるほど大きくなる．これが「漸近的自由性」と呼ばれる性質である．

この性質から 2 つの状況が示唆される．近距離では（距離と運動量は共役の関係にあるので，高エネルギーでは），クォーク・グルオンは弱い相互作用しかせず，ほとんど「自由粒子」のように振る舞う．他方，遠距離ほど（低エネルギーほど）クォーク・グルオンは強烈な力で相互作用していることになる．前者は，大きな運動量スケールを伴う現象は摂動論的考察で十分であるという「摂動論的 QCD」という取扱いを可能にし，理論の予言と高エネルギー実験の結果との整合性がチェックされることになった．後者は，クォーク・グルオンの「閉じ込め」という現象に導かれる．例えばクォーク単体を取り出そう（他のクォークから遠距離に離そう）とすると，他のクォークとの相互作用がますます強くなり，遠距離に離すためには膨大なエネルギーを必要とし，単体で取り出すのは結局不可能という結論になる．

「閉じ込め」とは，我々が観測できるハドロンはすべてクォーク（グルオン）から構成されているが，「色」の自由度に関する組合せは全体として（光の三原色の意味で）「白色」でなければならないという衝撃的な主張である．これにより，クォーク（グルオン）は単体では，したがって電荷 $(1/3)e$ も観測できないことになる．QED で記述される分子・原子の系でも系全体として電荷ゼロの状態がより安定であることに似ている．ただし，電荷ゼロの分子・原子の系ではそれを

構成している荷電粒子（電子・原子核）をばらばらにして観測できるのに対し，QCD ではそれが「原理的にできない」という点が大きな違いである．これが，クォーク・グルオンは「原理的に見えない」理由である．クォーク「閉じ込め」に関しては，そのメカニズムは未だ十分には解かっていない．ただし，QCD を数値的に解こうという格子 QCD の研究では閉じ込めが起きている十分な証拠が得られている*1)．

5. 我々はクォークを見た

「原理的に見えない」クォークを見た，実在する粒子であると主張するためには，それだけの覚悟が必要である．既に述べた通り，あらゆる理論的・実験的試験をパスする必要がある．現実には様々な理論的・実験的チェックがなされているが，紙面の制約上そのすべてを紹介する余裕はない．以下では，高エネルギー粒子反応の解析から，我々がクォーク・グルオンの存在を「確かめた」，「見た」という結論に至った経緯を，典型的な 3 つの例を取り上げて紹介する．

5.1 深非弾性レプトン核子散乱（DIS）

ハドロンの代表格である陽子は図 1 のように uud の 3 個のクォークから構成され，それらを結びつけているのはグルオンである．クォークをすなわち陽子の内部を見ようとすると，陽子のサイズ $L \simeq 10^{-13}\,\mathrm{cm}$ より波長の小さな「光」をあてる他ない．光の波長 λ とエネルギー E とには $E = hc/\lambda$（h：プランク定数，c：光の速さ）の関係があるので，必然的に「高エネルギー散乱」に頼ることとなる．核子の内部構造を探る典型的な実験は，深非弾性レプトン核子散乱（Deep Inelastic Scattering = DIS）と呼ばれる実験である．この実験では，高エネルギーのレプトン l（例えば電子）と核子 N を衝突させ，散乱されたレプトンだけを観測しようというものである（図 2）．このアイデアは，ラザフォードが原子にアルファ粒子（ヘリウム原子核）を衝突させ，原子核の存在を明らかにした伝統的手法と基本的には同じである．レプトンは電弱相互作用しかせず，その振舞いは摂動論で十分な精度の予言が可能である．したがって，レプトンと核子の相互作用で交換される「光」または「弱ボソン」（図の波線）の波長が極めて小さい領域では，核子の内部構造を十分な精度で観測できると期待される．

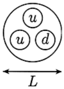


図 1　陽子の中．

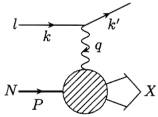


図 2　DIS 過程．

この種の実験は 1960 年代スタンフォード線型加速器センターで始まった．実は，QCD が誕生する以前に，この過程に対し Bjorken によりスケーリングと呼ばれる現象（その詳細は紙面の制約上また多少専門的になるので割愛する）が提唱されており，スタンフォードの実験でこの現象は“確かめられた”（これは後に QCD の量子効果により，僅かに破れることになるのだが）．このスケーリングという現象を説明する模型としてファインマンのパートン模型はあまりにも有名である．パートン模型はハドロンは高エネルギーでは「自由粒子」の集合体であるというものである．ファインマンはこの自由粒子をパートン（部分子）と名付けた．当時，ハドロンが（あるエネルギー極限状態にせよ）自由粒子から構成されているという主張は強い相互作用の常識とはかけ離れた描像であった．しかし，QCD の出現ならびにその漸近的自由性の性質から，パートンはクォーク・グルオンであることが明らかとなる．

DIS で我々が観測しているのは核子内でのパートン（クォーク・グルオン）の運動量分布（核子の運動量に対する）であると解釈される．さらに，その分布は核子内部をどのような波長の波で見たかに依存するであろう．QCD が単なる模型「絵空事」ではなく，場の理論として我々が「理論」と呼ぶ一つの理由は，この依存性を理論的に計算できることである．スタンフォードでの実験以来，ドイツ DESY 研究所の HERA 実験に至るまで，高精度の実験結果が得られているが，QCD の理論予言との一致はパーフェクトである．

*1) 実は QCD はもう一つ非常に重要な性質を持っている．カイラル対称性とその自発的対称性の破れという現象である．この現象は QCD が誕生する以前に南部らにより既に指摘されていた．スピン 0 のメソンが他のバリオンに比べ質量が軽い理由を説明できるなど，重要な内容を含んでいるが，紙面の制約上本稿では残念ながら割愛する．

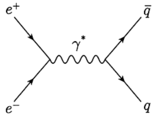


図 3　クォークペア生成.

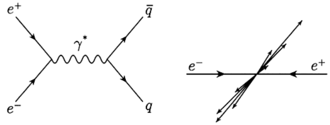


図 4　2Jets 過程.

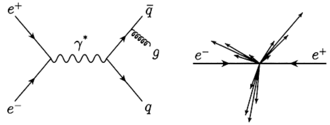


図 5　3Jets 過程.

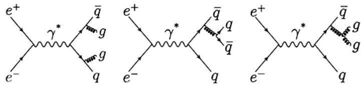


図 6　4Jets クォーク・グルオン過程.

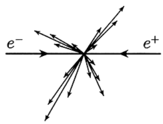


図 7　4Jets 過程.

5.2 R–ratio

我々がクォークを「見た」という 2 つ目の例を挙げよう．それは高エネルギー電子・陽電子消滅のハドロンへの全断面積 (σ) である．R–ratio (比)*2) の定義は

$$R \equiv \frac{\sigma(e^+e^- \to hadrons)}{\sigma(e^+e^- \to \mu^+\mu^-)}$$

である．分母は「良くわかっている」電弱理論の部分を除くという意味で，要するに電子・陽電子からハドロンが生成される頻度を表している．もし，ハドロンの基本的な構成要素がクォークであるならば，電子・陽電子からのハドロン生成は，まずクォーク・反クォークの生成で始まるであろう（図 3）．既に説明した通り，クォークは「閉じ込められて」いるので，我々が観測できるのは「白色」のハドロンのみであり，クォーク（反クォーク）自体は観測できない．しかし，観測するハドロンは何でも良い場合（全断面積）を考えると，（クォークがあらゆる可能なハドロンに転化する確率は 1 なので）結局，この過程はクォークペアの生成確率で決まることになる（QCD の量子論的補正を除いて）．電子との相互作用なので，相互作用が光子（図の波線）によるとすると，反応頻度は基本的にクォークの電磁気的電荷で決まる．この実験はクォークが「色」を持っている（各々に 3 種類ある）ことの決定的証拠を与える．すなわち，3 種類ある場合とない場合では全断面積は 3 倍異なる．実験結果はクォークが「色」を持っていることを確実にサポートしている．

5.3 Jets

本節最後の例として，Jet 生成を説明しよう．この過程は上の過程と密接に関係している．R–ratio は終状態のハドロンは何でも良い場合であるが，終状態のハドロンの「分布」を観測したらどうなるであろうか．生成されたクォーク・反クォークは，上に述べた通り，いずれ「白色」のハドロンに転化する．ただし「閉じ込め」の効果は「低エネルギー」の現象なので，最終的に生成されるハドロンの運動方向は，親のクォーク・反クォークのそれとあまり違わないであろう．すなわち，観測されるハドロンは親のクォーク対の運動方向に束となって現れることが期待される．この現象を Jet（ジェット）生成と呼び，実際，実験で確かめられている．図 4 はクォークレベルでの過程と，実際に観測される多数のハドロンの運動方向を模式的に示したものである．この過程は 2 Jets 現象と呼ばれる．なお，Jet 生成に関する上の説明は「直観的」なものであるが，QCD で，この描像が正しいことは「因子化定理」と呼ばれる数学的に厳密な証明に基づいていることを強調しておく．

さて，QCD はクォーク・グルオンの系であり，クォークは当然グルオンと相互作用するので，高エネルギーのグルオンがクォークまたは反クォークから放出されれば 3 Jets（図 5）の現象も起こるはずである．そして，その頻度はクォークとグルオンの結合定数の大き

*2)　R–ratio は一時 Drell–ratio（Drell は米国の著明な素粒子論研究者）とも呼ばれていた．現在では R–ratio の呼称が一般的となっているが，この R は ratio の R である !!?

さに比例するはずである．実際，1980 年代前半ドイツの DESY 研究所の PETRA 加速器で 3 Jets が観測された．生成された Jet の運動量，角分布，生成確率等は QCD で理論的に予言されたものと完璧に一致している．この実験はグルオンの「発見」と考えられる．

このように考えていくと，4 Jets 現象もある確率で起こるはずである．図 6 はクォーク・グルオンレベル，図 7 はハドロンレベルの模式図である．この過程は QCD にとって大きな意味を持っている．グルオンは自分自身相互作用するので，QCD では図 6 の最後の過程からの寄与があるはずである．1980 年代後半，我が国の電子・陽電子衝突加速器 TRISTAN で 4 Jets 現象が観測されたのを初め，その後欧州素粒子物理学研究機構（CERN）での LEP 実験でも詳細な解析がなされたが，いずれも QCD の理論予言と矛盾しないことが確かめられた．

以上，クォーク・グルオンの存在を確信させる典型的な実験例を紹介したが，高エネルギー散乱過程に限っても，核子・核子衝突過程における現象等，実に多数の事象が解析され，クォーク・グルオンの存在なくしては説明できないという結論が得られている．もっとも，「閉じ込め」という低エネルギーでの QCD の情報が必要な現象は，その有効な計算方法が存在しないため，そのすべてが説明されている訳ではないことに注意されたい．

6. おわりに

本稿で登場した人物「南部陽一郎」は QCD の確立に多大な貢献を残した一人である．クォークの「存在を確信した」,「見た」最初の一人は「南部陽一郎」であったかもしれない．いずれにせよ「見えないもの」を見たと主張するには，適切な言い方ではないかもしれないが，“状況” 証拠を積み上げるしかない．紙面の制約から，本稿ではごく僅かな「状況証拠」を紹介した．読者の皆さんは本稿の説明から，クォーク・グルオンが実在する,「我々はクォークを見た」ことに納得して頂けただろうか．もし納得できないという読者が居られれば，その皆さんが「もう十分です」と言うほどの「状況証拠」を別の機会に解説しようと思う．

最後に本稿で取り上げたクォークの話題のみならず，素粒子論の現状を理解するのに役立つ，筆者も気に入っている 3 冊の著書を文献 2) に挙げておく．

参考文献

1) ノーベル財団ホームページ：
http://nobelprize.org/nobel-prizes/physics/

2) 南部陽一郎,『クォーク（第 2 版）』講談社ブルーバックス (1998).
M. Veltman, *Facts and Mysteries in Elementary Particle Physics*, World Scientific Pub. Co. (2003).
R.M. バーネット，H. ミューリー，H.R. クイン（守谷昌代訳）『クォークの不思議』シュプリンガー・フェアラーク東京 (2005).

（こだいら・じろう，
高エネルギー加速器研究機構，総合研究大学院大学）

〈追記〉

著者の小平治郎先生が，本稿ご脱稿後に急逝されました．

先生のご逝去を悼み，心からご冥福をお祈りいたします．

（編集部一同）

ニュートリノは宇宙の果てまで

谷本 盛光

1. はじめに

ニュートリノの歴史は76年前のヴォルフガング・パウリの予言から始まる．その予言は，1930年12月4日，ドイツのチュービンゲンで開催された会議の放射能グループへの書簡の中で，統計とエネルギー保存則に関わる困難に対処するための「絶望的な救済策」として現れている．1930年代は湯川・朝永の研究に代表される素粒子研究の始まりの時期でもあった．

現在までの76年間は，ニュートリノの観測とその性質の解明に挑戦した研究者たちの苦闘の期間である．1956年フレデリック・ライネスとクライド・コーワンはサウスカロライナ州サバナ・リバーの原子力発電所で初めて反ニュートリノの捕獲に成功した．1962年には，ブルックヘブンの加速器を用いた，シュワルツ，レーダーマン，スタインバーガー等によってミュー・ニュートリノ（ν_μ）の発見がなされた．1968年から，デービスはHomestakeの金鉱地下で太陽ニュートリノ捕獲への挑戦を続け，それは1980年代から90年代のカミオカンデとスーパーカミオカンデの成果につながっていった．1973年にはCERN（欧州原子核研究機構）においてニュートリノ反応による中性カレントの発見があり，素粒子の標準モデルの確立の大きな一歩になった．その後1987年，小柴等による史上初の超新星ニュートリノの観測，1998年スーパーカミオカンデ実験グループによる大気ニュートリノを用いたニュートリノ振動の発見が華々しく続いた．また，同グループとSNO（Sudbury Neutrino Observatory）による太陽ニュートリノを用いたニュートリノ質量とニュートリノフレーバー混合角の決定，K2K実験グループによるKEK加速器ニュートリノを用いたニュートリノ振動の測定は精密科学へと踏み出すものであった．2002年以降，KamLAND実験において，原子炉ニュートリノによるニュートリノ振動の測定と地球ニュートリノの捕獲がなされた．80年代以降は，日本のニュートリノ実験グループの成果が際立っている．

ニュートリノは理論の発展も促した．1933年，フェルミはベータ崩壊の理論，すなわち弱い相互作用をニュートリノの存在を仮定して提案した．1962年には，坂田，牧，中川によってニュートリノの世代混合に起因するニュートリノ振動のアイデアが示された．ニュートリノ振動公式は1969年になって，ポンテコルボとグリボフによって求められた．1979年には，ニュートリノ質量の小ささを説明するものとしてシーソー機構が柳田，ラモン等によって提案された．

今後，ニュートリノ物理の世界はさらに拡大するであろう．銀河からくる超高エネルギーニュートリノの存在とその起源，宇宙の物質生成に関わるMajoranaニュートリノの役割，宇宙初期に取り残された宇宙残存ニュートリノの性質，一転して，地球内部からくる地球ニュートリノの観測，まさしくニュートリノ科学は地球内部から宇宙の果てまで拡がっている．

2. ニュートリノ振動の発見と確立

1998年日本で開催された「ニュートリノ物理学・天体物理学国際会議」においてスーパーカミオカンデはニュートリノ振動の発見を報告した．それから8年を経たが，この間いくつかの精密実験によってニュートリノ振動は確立した．現在は次世代ニュートリノ振動実験の準備段階になっている．

ニュートリノ振動は，古典力学にそのアナロジーがあるが，量子力学の原理によって理解できるものである．ニュートリノが2種類以上あり，それぞれが質量の異

表1　クォークとレプトンの世代とバリオン数，レプトン数．

	電荷	バリオン数	レプトン数	第1世代	第2世代	第3世代
クォーク	2/3	1/3	0	u	c	t
	−1/3	1/3	0	d	s	b
レプトン	0	0	1	ν_e	ν_μ	ν_τ
	−1	0	1	e	μ	τ

なった固有状態の重ね合わせで表される場合，ニュートリノ振動が生じる．クォークとレプトンは表1に示されるように3世代あり，したがってニュートリノも ν_e，ν_μ，ν_τ の3種類ある．これらのニュートリノの違いをフレーバー（香り）の違いとして識別する．

いま，簡単のため2種類のニュートリノ ν_e，ν_μ のニュートリノ振動を示してみよう．ν_e，ν_μ はフレーバーで識別されるが，これは弱い相互作用の固有状態であり，質量の固有状態ではない．一般に，フレーバーの固有状態は以下のように質量の固有状態の重ね合わせで表される：

$$\begin{pmatrix} \nu_e \\ \nu_\mu \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_1 \\ \nu_2 \end{pmatrix}.$$

ここで ν_1，ν_2 はそれぞれ質量 m_1，m_2 と定まった状態（質量の固有状態）である．また，$\cos\theta$ 等は質量の固有状態の重ね合わせの係数であり，θ はフレーバーの混合角である．右辺の2行2列の行列は MNS（牧・中川・坂田）行列（ニュートリノ混合行列）と呼ばれる．真空中で固有状態の時間発展は，その質量で決まり，ν_1，ν_2 の時間発展はそれぞれ異なるため，異なった時間 t_1 と t_2 においては，ν_e の質量固有状態の重ね合わせは同じではない．したがって，ν_e，ν_μ の時間発展を表す Schrödinger 方程式は，連立方程式となり，時間発展に従い ν_e から ν_μ の遷移確率が有限な値をもつ．これがニュートリノ振動であり，エネルギー E のニュートリノが距離 L だけ飛行したとき，確率 P は以下のように表される：

$$P(\nu_e \to \nu_\mu) = \sin^2 2\theta \sin^2 \left(1.27 \Delta m^2 \frac{L}{E}\right).$$

ここで $\Delta m^2 \equiv m_2^2 - m_1^2$ は質量の2乗差であり単位は eV^2 とする．そのとき E の単位は MeV（GeV）で L は m（km）となる．ニュートリノ振動の発見は，ニュートリノが質量をもち，フレーバーの混合角がゼロでないことを意味している．また，E と L は実験によって制御できるので，ニュートリノ振動の大きさがわかれば，Δm^2 と $\sin^2 2\theta$ の許される領域が決まる．異なった E と L をもつ実験結果を組み合わせることにより，Δm^2 と $\sin^2 2\theta$ が決定される．現実にはニュートリノは ν_e，ν_μ，ν_τ の3種類あるため，ニュートリノの質量の2乗差は，Δm^2_{21} と Δm^2_{32} があり，フレーバー混合角は θ_{12}，θ_{23}，θ_{13} の3種類存在する．

スーパーカミオカンデが発表した大気ニュートリノの実験結果は，ν_μ ニュートリノ捕獲数が L/E の sin の2乗とともに変化していることを示している[1]．このことは，$\nu_\mu \to \nu_\tau$ のニュートリノ振動の明白な証拠と言えよう．これまでのニュートリノ振動の実験は以下の結果を与えている[2]．

$$|\Delta m^2_{32}| = (1.9 \sim 3.0) \times 10^{-3}\mathrm{eV}^2,$$
$$\Delta m^2_{21} = (8.0^{+0.6}_{-0.4}) \times 10^{-5}\mathrm{eV}^2,$$
$$\sin^2 2\theta_{23} \geq 0.9, \quad \theta_{12} = (33.9^{+2.4}_{-2.2})^\circ,$$
$$\sin^2 \theta_{13} < 0.032.$$

3. 大きなニュートリノ混合と新しい対称性

大気ニュートリノおよび加速器ニュートリノ実験は，$\nu_\mu \to \nu_\tau$ のニュートリノ振動が最大限におきていることを示している．すなわち，ν_μ と ν_τ の混合角 θ_{23} は最大の 45° 程度である．一方，太陽ニュートリノと原子炉ニュートリノ（KamLAND）の実験によると，ν_e と ν_μ に関する混合角 θ_{12} は，35° 程度である．これらの大角度は，混合角の小さいクォークの場合と比べて顕著である．ニュートリノ混合行列は以下の形に近いと予想される：

$$\begin{pmatrix} \nu_e \\ \nu_\mu \\ \nu_\tau \end{pmatrix} \simeq \begin{pmatrix} \sqrt{\frac{2}{3}} & \frac{1}{\sqrt{3}} & 0 \\ -\frac{1}{\sqrt{6}} & \frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ -\frac{1}{\sqrt{6}} & \frac{1}{\sqrt{3}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_1 \\ \nu_2 \\ \nu_3 \end{pmatrix}.$$

このニュートリノ混合行列は $\sin\theta_{23} = 1/\sqrt{2}$，$\sin\theta_{12} = 1/\sqrt{3}$ と $\sin\theta_{13} = 0$ に対応し，Tri-Bi Maximal Mixings と呼ばれる．クォークでは見られない大きなニュートリノ混合角の起源は何か，世代を解明する手がかりと考えられる．

フレーバー混合の大きさをフレーバーに関する対称

性から導くという研究が活発に行われている．とりわけ離散対称性のうち非アーベル群である S_3，S_4，A_4 などの対称性では，Tri-Bi Maximal Mixings を導けることがわかっている．フレーバーにこのような対称性があるとすると，その起源を見出すことが新たな課題となる．

ニュートリノの質量とニュートリノ混合角が実験により明らかにされてきたが，ニュートリノの性質は未解明である．それを列挙してみる：(1) ニュートリノは弱い相互作用のみをする粒子であるか，(2) 右巻ニュートリノはあるか，(3) ニュートリノは Dirac 粒子か Majorana 粒子か，(4) ニュートリノの質量は階層的 ($m_3 \gg m_2 > m_1$) か逆階層的 ($m_2 > m_1 \gg m_3$) か，(5) 3 種類のニュートリノ以外に，ステライルニュートリノはあるか．

ニュートリノの未解明な性質は，宇宙を理解する上でも重要になってくる．ニュートリノが宇宙論においてどのような役割を担う可能性があるか，以下で見てみよう．

4. ニュートリノは宇宙の物質を生成するか

現在の宇宙はほとんど物質でできており，物質と反物質が非対称である．表 1 に示したように，クォークとレプトンは，バリオン数 (B) とレプトン数 (L) をもつ．クォーク 3 個からなる陽子や中性子はバリオン数が 1 であり，レプトン数はゼロである．それらの反粒子はバリオン数が -1 となる．一方，電子やニュートリノではバリオン数はゼロであるが，レプトン数は 1 となる．宇宙の物質の量は陽子や中性子の数が基準となるので，その量をバリオン数でカウントすると，バリオン数密度 n_B は以下のように与えられる:

$$\frac{n_B}{s} = (0.87 \pm 0.03) \times 10^{-10}.$$

ここで s は光子の数密度から導かれた宇宙のエントロピー密度である．この結果は，ビッグバン元素合成と宇宙マイクロ波背景輻射（CMB: Cosmic Microwave Background）の温度揺らぎの測定から決定されたものである．もし，高温の宇宙初期でバリオンと反バリオンが対称で同じだけあるならば，現在のバリオン数密度と反バリオン数密度も同じで，ボルツマン方程式を解いた結果，それぞれのエントロピー比は 10^{-18} となり上記のような結果は説明できない．この観測量を説明することに多くの研究者が挑戦している．

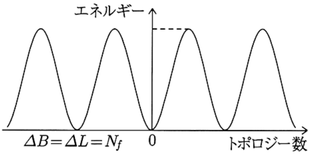


図 1　トポロジー数による真空と Sphaleron.

この研究は，サハロフの 3 条件から始まる．サハロフはバリオン非対称な宇宙を生成するためには，宇宙初期において次の 3 条件が必要であることを示した：(1) バリオン数が破れる相互作用がある，(2) C, CP 対称性が破れている，(3) 熱平衡からのずれがある．

これらの条件は，素粒子の大統一理論を膨張宇宙論に適用するならば実現可能であることが，吉村の先駆的な研究によって示された．大統一理論ではバリオン数はもはや保存量ではなく，高エネルギー領域ではバリオン数を破る相互作用がある．また，素粒子の標準理論では C, CP 不変性は破れている．さらに膨張宇宙では，熱的な非平衡は容易に実現できる．

しかしながら，素粒子理論の発展に伴い，このようなバリオン生成のシナリオは再検討を余儀なくされた．素粒子の標準モデルにおいてバリオン数とレプトン数の差は保存するが，それらの和を保存しない Sphaleron 過程が存在することがわかった．標準理論の真空（エネルギーの最小値を与える場の配位）はトポロジー数で分類され無数にあるが，図 1 のように，Sphaleron はある真空と隣の真空を結ぶ鞍点解（古典解）である．高温ではこの解によって，バリオン数やレプトン数の定義された 1 つの真空から，隣のバリオン数やレプトン数が N_f（世代の数）だけ異なった真空に容易に遷移できる．大統一理論ではバリオン数やレプトン数は保存量ではないが，バリオン数とレプトン数の差 ($B-L$) は保存する．宇宙初期にバリオンと反バリオンの非対称が作られても，$B-L$ は変化しない．Sphaleron によって $B-L$ は保存されるので変化しないが，$B+L$ は保存量ではないので，宇宙が熱的に冷えてくる過程で Sphaleron が熱平衡になると $B+L$ はゼロとなる．$B-L$ は保存するので，バリオンとレプトンのそれぞれの非対称は消えるのである．

つまり，バリオン数が破れる相互作用が宇宙初期に存在しても，$B-L$ が保存する限り，宇宙が熱的に冷えてくる過程でバリオン数は消されてしまう．そこで，サハロフの最初の条件は，(1) $B-L$ が破れる相

互作用がある：と修正する必要がある．さらに，電弱相転移の研究や CP 対称性の破れの大きさの研究が進むと，素粒子の標準モデルの枠内で宇宙の物質生成を説明することは困難であることが判明した．サハロフの条件 (2) の「CP 対称性の破れ」は小林・益川モデルのそれではあまりにも小さすぎる．ところが 1986 年に，Sphaleron 過程をニュートリノで生かす考え方が，福来・柳田によって提案された．これはレプトジェネシス[3]と呼ばれるメカニズムである．

標準モデルではニュートリノの質量はゼロであるが，ニュートリノ振動の発見によって質量をもつことがわかった．その大きさは，最も重いニュートリノでも 0.05 eV 程度であり，電子の質量に比べてはるかに小さい．この小さな質量は通常以下のように理解される．弱い相互作用はスピン成分の自由度に関わって右巻と左巻を区別する．表 1 に示されたニュートリノは左巻であるが，もし右巻ニュートリノが存在し，非常に大きな Majorana 質量[*1)]をもつならば，左巻ニュートリノに小さな質量が与えられる．右巻 Majorana 質量を M_R，左巻と右巻のニュートリノの結合からくる Dirac 質量を m とすると左巻ニュートリノの Majorana 質量は m^2/M_R で与えられる．M_R が大きくなるほど左巻ニュートリノの質量は小さくなる．これが柳田等により提案されたシーソー機構である．

右巻 Majorana ニュートリノが存在するならば，宇宙に何らかの痕跡を残しているはずである．Majorana ニュートリノの反粒子は自分自身であるので，Majorana ニュートリノが関わる反応はレプトン数 L を破る．右巻ニュートリノを N_R，表 1 のレプトンを l，その反粒子を $\bar{l}$，ヒッグス粒子を H とすると，以下の 2 つの崩壊が可能である：

$$N_R \to lH, \quad N_R \to \bar{l}H^*.$$

ここで，レプトンは $L = 1$，その反粒子は $L = -1$ なので右巻 Majorana ニュートリノの崩壊はレプトン数を 2 だけ破り，バリオン数はゼロなので保存している．また，右巻 Majorana ニュートリノも 3 世代あるとすると，クォークの場合と同様，CP 対称性を破る位相が存在する．そのときこれらの 2 つの崩壊確率は異なることになる．すなわち，初期宇宙における右巻 Majorana ニュートリノの崩壊は $B - L$ を破り，CP 対称性も破るものである．大まかに言うと，

$$B = \frac{B-L}{2} + \frac{B+L}{2}$$

なので，右辺の第 2 項は，宇宙膨張の過程で Sphaleron が熱平衡になる時期に消え，宇宙初期に作られた $B-L$ が保存量として現在まで残る．結果として，レプトン数の破れにより，$B = -L/2$ の関係でバリオン数が生成される．実際には，化学ポテンシャルの平衡条件と 3 世代ニュートリノを考慮すると，$B = -(28/79)L$ となる．定量的にはボルツマン方程式の評価によって wash-out 効果を取り入れる必要がある．L の大きさは，ニュートリノの世代構造と CP の破れの大きさによる．

以上の議論では，宇宙初期において右巻 Majorana ニュートリノは十分に存在し熱平衡にあるという大前提が必要とされる．すなわち，宇宙の初期温度，再加熱温度 T_R は右巻 Majorana ニュートリノ M_R より大きくなければならない．このため，以上のメカニズムは熱的レプトジェネシスと呼ばれる．ニュートリノ振動で測定されたニュートリノ質量スケールをインプットして数値解析を行うと，3 種類ある右巻 Majorana ニュートリノの中で最も小さい質量でも，おおよそ 10^9 GeV より大きくなければならない．このことは T_R が 10^9 GeV より大きくなければならないことを意味するが，この結論は，超対称性の理論の枠内では，新たに Gravitino 問題という深刻な問題を提起する．そのため熱的に非平衡なレプトジェネシスも研究されている．ニュートリノによるレプトン数の生成から宇宙の物質の量を説明するというこのシナリオは，ニュートリノがもつ豊富な物理の一面を垣間見せている．

5. ニュートリノと宇宙論

ニュートリノ振動の実験によってニュートリノ質量の大きさが決定されたが，ニュートリノは宇宙のダークマターの候補となるほど質量は大きくはない．宇宙の構造形成にニュートリノがどのように関与するかも研究が進められている．質量の大きなニュートリノは宇宙の小さなスケールの揺らぎを消すため，ニュートリノの質量に強い制限が加わる．また，CMB の温度揺らぎの測定もニュートリノ質量に制限を与える．WMAP (Wilkinson Microwave Anisotropy Probe) のデータによるニュートリノ質量の制限は $\sum m_\nu < 2.0$ eV で

---

*1) すべての粒子には反粒子が存在するが，ニュートリノは電荷がゼロなので自分自身が反粒子であり得る．このような粒子を Majorana 粒子と呼ぶ．一方，粒子と反粒子が独立な場合を Dirac 粒子と言う．

ある[4]．CMB における Acoustic peak の位置と高さは宇宙論のパラメータとバリオン密度，ダークマター密度等によって決められるので，ニュートリノ質量も制限される．2 番目と 3 番目の peak の高さの測定値は，質量の上限を決めている．

興味深い研究として，ニュートリノが宇宙のダークエネルギーに関わっているのではないかという研究がある．最近の宇宙の加速膨張という観測結果は，現在の宇宙論の枠組みでは，宇宙のエネルギー成分は未知のダークエネルギーが 70% 以上あり支配的になっていることを示している．このダークエネルギーのスケールは 10^{-3}eV であり，既知のエネルギースケールと比較して同程度のものはニュートリノ質量のみである．

素粒子論におけるスケールには，本質的な理論の背景があることがしばしばである．それゆえ，ダークエネルギーのスケールを素粒子論的に解明しようとすることは，現在の重力理論の枠組みの中では，自然のなりゆきであろう．2004 年に Fardon，Nelson，Weiner によって提案されたモデルは宇宙背景ニュートリノが宇宙のダークエネルギーに関連しているというものである[5]．その結果，ニュートリノの質量は，宇宙の密度変化（時間発展）によって変化することになる．このモデルは 2 つの仮定 (1) スカラー場 ϕ_a が存在し，ニュートリノ質量は ϕ_a の関数である，(2) 宇宙のダークエネルギー密度 $\rho_{\rm dark}$ は，ニュートリノエネルギー密度 ρ_ν とスカラー場 ϕ_a のポテンシャル $V(\phi_a)$ の和で与えられる，

$$\rho_{\rm dark} = \rho_\nu + V(\phi_a(m_\nu))$$

からなる．その結果，ポテンシャル $V(\phi_a)$ の最小値（真空のエネルギー）がゼロであっても，ニュートリノのエネルギー密度はそのゼロエネルギーを持ち上げる．宇宙膨張に伴いニュートリノのエネルギー密度は薄まるので，宇宙の時間発展とともにエネルギー密度 $\rho_{\rm dark}$ の最小値，すなわち真空のエネルギーは変化する．この変化は，以下の停留条件から決まり，現在のダークエネルギーの大きさと，ニュートリノの個数密度をインプットすると，ダークエネルギーの時間発展を追跡できる．

$$\frac{\partial \rho_\nu}{\partial m_\nu} + \frac{\partial V(\phi_a(m_\nu))}{\partial m_\nu} = 0.$$

この真空のエネルギーが宇宙の加速膨張を引き起こすので，ϕ_a を acceleron と呼ぶ．実際，以下のような簡

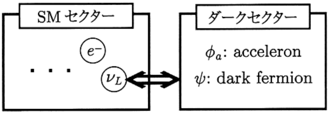


図 2　SM セクターとダークセクター.

単なモデルを作ることができる．図 2 のように標準モデル（SM）の世界と，ϕ_a と未知のステライルニュートリノ ψ が存在するダークな世界があり，その間はニュートリノとの Yukawa 相互作用 $\mathcal{L}_Y$ のみで繋がっているとする：

$$\mathcal{L}_Y = \lambda\phi_a\psi\psi + \overline{\nu}_L m_D \psi.$$

λ は結合定数で m_D は質量の次元をもつ定数である．ニュートリノ質量は $m_\nu = m_D^2/(\lambda\phi_a)$ となり，ϕ_a の関数となる．宇宙の発展とともに ϕ_a が変化するのでニュートリノ質量も変化することになる．ニュートリノ質量の変化が宇宙にどのような痕跡を残してきたか，また地上の実験でその証拠が発見できるか多面的な研究が行われている．また，このモデルの超対称性化も試みられている[6]．

6. まとめにかえて——ニュートリノ科学の将来

ニュートリノ振動実験は 2000 年以降，精密科学となり測定は精度を競うこととなった．一方，θ_{13}，質量の階層性，CP 対称性の破れの大きさ等の測定は，ニュートリノのフレーバー構造解明の決め手となることが期待されている．海外にはニュートリノファクトリーのような地球スケールの走行距離をもつニュートリノ振動実験の壮大な構想もあるが，日本では，T2K と呼ばれる加速器ニュートリノ実験が数年後に結果を出すと期待されるし，原子炉ニュートリノを測定する KASKA という計画もある．また，ニュートリノ放出のないダブルベータ崩壊でニュートリノが Majorana 粒子であることを証明しようと，実験が競われており，トリチウムのベータ崩壊によるニュートリノ質量の直接測定も 0.2 eV の測定限界に挑んでいる．

最後になるが，宇宙探査の窓として南極における IceCube 実験と地球ニュートリノを測定する KamLAND はニュートリノによる 21 世紀科学の発展の方向を示している．前者は超高エネルギーニュートリノを検出すると期待され，宇宙の未知の現象を測定する．後者における地球ニュートリノ測定の成功は，この物理的手法が地球科学の研究に重要なインパクトを与えることを期待させる．

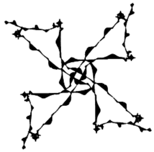
湯川・朝永の研究に代表される素粒子研究の初期，その存在が予想されながらも，その測定の難しさのため素粒子の標準モデルでは最後のステージで登場することになったニュートリノは，未だその相互作用とその物理的効果は汲み尽くされていない．地球内部から宇宙の果てまで，ニュートリノがもたらす情報は素粒子論の枠組みの新展開を促すだけではなく，分野を超えて 21 世紀科学の発展を約束するであろう．

参考文献

1) SuperKamiokande, *Phys. Rev. Lett.* **93** (2004) 101801.
2) Particle Data Group, Review of Particle Physics, *Journal of Physics* **G33** (2006).
3) M. Fukugita and T. Yanagida, *Phys. Lett.* **B174** (1986) 45.
4) M. Fukugita, K. Ichikawa and M. Kawasaki, *Phys. Rev.* **D74** (2006) 027302.
5) R. Fardon, A.E. Nelson and N. Weiner, *Astropart. Phys.* **10** (2004) 005.
6) R. Takahashi and M. Tanimoto, *Phys. Lett.* **B633** (2006) 675; *Phys. Rev.* **D74** (2006) 055002;
R. Fardon, A.E. Nelson and N. Weiner, *J. High Energy Phys.* **03** (2006) 042.

（たにもと・もりみつ，新潟大学理学部）

ヒッグスの謎



林　青司

1. はじめに

この解説のタイトルは「ヒッグスの謎」ということであるが，現代の素粒子理論にとって欠かせない存在であるヒッグスは，実際，謎の多い素粒子であると言える．

現代の素粒子理論においては，「標準模型」が素粒子の特性や相互作用をほぼ完璧に記述する理論として確立されている．ヒッグスは，万物を構成する素粒子であるクォーク，レプトンや素粒子間に働く相互作用（力）を媒介するゲージ粒子に質量を与えるために導入された素粒子であり，標準模型において決定的に重要な働きをする．

しかしながら，ヒッグスは標準模型が予言する素粒子の中で唯一未だに発見されておらず，その様々な相互作用の性質は検証されていない．更に，ヒッグスにまつわる色々な理論的問題点が存在する．

以下，ヒッグスが導入された理由の解説と並んで，こうしたヒッグスの謎に関わる話題について，最近の進展にも多少言及しながら解説したい．

2. ヒッグスの必要性

標準模型は，素粒子の重力以外の 3 つの相互作用を統一的に（真の統一とは言えないが）記述する，ゲージ対称性に基づく理論なので「統一ゲージ理論」と言われる．以下で述べるように，ゲージ理論では（局所）ゲージ対称性の要請からゲージ粒子が必然的に必要となり，このゲージ粒子が媒介するクォーク，レプトンの間の相互作用，即ちゲージ相互作用が生じる．

そこで，まずゲージ対称性を理解するために，電磁場と相互作用する電子について（非相対論的）量子力学を用いて考察しよう．電子の存在確率は波動関数 $\psi(t,\vec{r})$ ($\vec{r}=(x,y,z)$) の絶対値二乗に比例するから，この絶対値を変えない位相変換をしても物理的帰結は同じであると思われる：

$$\psi(t,\vec{r}) \quad \rightarrow \quad \psi'(t,\vec{r}) = e^{ie\lambda(t,\vec{r})}\,\psi(t,\vec{r}).$$

これがゲージ変換である．変換のパラメーター λ が $(t,\vec{r})$ に依存するとき，変換は「局所ゲージ変換」と呼ばれる．まず電磁場は存在しないとすると，力を受けない電子のシュレディンガー方程式は $i\hbar\frac{\partial}{\partial t}\psi = -\frac{\hbar^2}{2m}\Delta\psi$ であるが，これは局所ゲージ変換の下で不変でない（方程式の形が変わってしまう）ことがわかる．局所ゲージ変換の下での不変性，即ち局所ゲージ対称性の要請を満たすには，電磁ポテンシャル ϕ, $\vec{A}$ を用いて偏微分を“共変微分” $\vec{D}=\vec{\nabla}+ie\vec{A}$, $D_t=\frac{\partial}{\partial t}+ie\phi$ （この解説では自然単位 $\hbar=c=1$ を用いる）に置き換え，$i\hbar D_t\psi = -\frac{\hbar^2}{2m}\vec{D}^2\psi$ とすれば良いことがわかる．ただし，ゲージ変換の下で 4 元電磁ポテンシャル $A_\mu=(\phi,\vec{A})$ は（$x^\mu=(t,\vec{r})$ として）

$$A_\mu \quad \rightarrow \quad A'_\mu = A_\mu - \frac{\partial\lambda}{\partial x^\mu} \tag{1}$$

と変換するものとする．こうして，電磁場 $A_\mu(t,\vec{r})$,

それが記述する光子，更には光子によって媒介される電磁相互作用は，ゲージ不変性の要請の必然的帰結として導かれる，と考えることができる．この“ゲージ原理”の考え方は標準模型でも受け継がれ，電磁相互作用，弱い相互作用，強い相互作用はすべてゲージ原理によって導かれる．ただし，この場合のゲージ変換は単なる位相変換ではなく，$SU(3)\times SU(2)\times U(1)$ という Lie 群（数学用語）の変換に拡張される．

上で述べた電磁相互作用の場合には，電子の質量 m は特にゲージ対称性に抵触することなく最初から存在できるが，素粒子の相互作用の一つである弱い相互作用をとり入れようとすると状況は一変し，ヒッグスの導入が必要になるのである．その事情を以下で解説しよう．

電子はスピンという，いわば自転角運動量（正確ではないが）に相当するものを持つ．電子の進行方向に z 軸を採り，スピンの z 成分が $\frac{1}{2}$ と $-\frac{1}{2}$ の状態を考えてみよう．スピンの回転方向と電子の運動量の方向を，ねじの回転とねじの進行する方向に置き換えると，これらの状態は，ちょうど右ねじと左ねじにそれぞれ対応することがわかる．そこでこれらの電子の状態を，右巻き，左巻きの状態と言って e_R，e_L で表す．ところで，空間座標の反転 $(x,y,z)\to(-x,-y,-z)$ はパリティー変換 P と呼ばれるが，その性質は鏡に映す変換である鏡映変換 $(x,y,z)\ \to\ (-x,y,z)$ とよく似ている．右ねじを鏡に映してみると，ねじの進行方向のみ逆転するので，右ねじと左ねじは互いに入れ替わることがわかる．同様にパリティー変換の下でも，$P:\ e_R\leftrightarrow e_L$ のように右巻き，左巻きの状態は互いに入れ替わる．

電磁相互作用では右巻き，左巻きに関係なく相互作用の強さは同じであり，従ってパリティー対称性があるが，弱い相互作用では，左巻き粒子のみが相互作用に寄与することが知られている．即ち，左右の非対称性が生じパリティー対称性が大きく“破れている”ことになる（ちょうど線対称なハート型図形で左半分だけにすると線対称性が大きく壊れるのと同じ）．

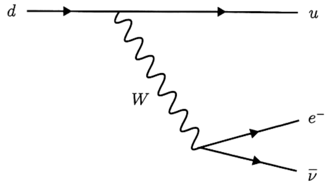


図 1　ベータ崩壊.

次に，弱い相互作用は $SU(2)$ というゲージ変換の下での対称性によって記述されることを述べよう．これを直感的に理解するには，弱い相互作用の典型例である原子核のベータ崩壊を考えてみるとよい．ベータ崩壊では中性子が陽子に崩壊するが，クォークを用いてこの過程を図示（ファインマン図と言う）すると図 1 のようである．図 1 は W で表される，ゲージ対称性の帰結として現れる“ゲージ粒子”がクォークとレプトンの間を行き来して弱い相互作用の力が生じることを視覚的に述べている．ここで注意すべきことは，ちょうど磁気相互作用による歳差運動でスピンが下向きから上向きに変化するように，弱い相互作用でも $d\ \to\ u$ という 2 つのクォークの間の遷移が起きていることである．こうした類推から u,d クォークは（弱い）アイソスピンの上向き，下向きの状態である，とも言われる．そこで，スピンの歳差運動を，スピンの上向き，下向きに対応する 2 成分のパウリスピノールで記述するように，弱い相互作用を (u,d)（正確には左巻きの状態のみ関与するので $(u,d)_L$）という 2 重項（doublet）で記述することができる．電磁相互作用では，空間回転をするとスピンの上下の状態が入れ替わるが，理論は明らかに回転不変性を持っていてこの変換の下で不変である．同様に，弱い相互作用でも 2 重項のメンバーの入れ替え

$$\begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}_L \ \to\ \begin{pmatrix} u' \\ d' \end{pmatrix}_L = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}_L$$

の下で理論は不変である．$(u,d)_L$ を 2 成分の複素ベクトルと見なすと，これは複素ベクトルの大きさ（正確には内積）を変えない $SU(2)$ 変換の一つと

見なせる．こうして，弱い相互作用は $SU(2)$ ゲージ対称性によって記述されることになる．上の変換は左巻きのクォークについての変換であるが，右巻きクォークは弱い相互作用をしないので弱いアイソスピンを持たず，従ってそれぞれのクォークは 1 重項（singlet）として存在する：u_R，d_R．

ここで，質量を持つクォーク，レプトンでは右巻き，左巻きの状態が単独では存在できず混合する，という事実に注目しよう．例えば，ある慣性系 Σ から見て，質量を持った右巻きのクォークが一定速度 v で運動しているとする．質量があるので相対論から v は光速度を超えることはできず，従って v を越える速さでこの粒子を追い越すような慣性系 Σ' を考えることが可能である．Σ' から粒子を見ると，スピンの向きは Σ のときと同じだが，運動量の方向が逆になるので，粒子は左巻きであるように見える．$\Sigma \rightarrow \Sigma'$ の変換は相対論のローレンツ変換に他ならないので，理論が相対論的な理論であれば，ローレンツ変換で互いに入れ替わる右巻き，左巻きの状態は共存しなければならないことになる．実際，例えば相対論的な u クォークの質量項は（ディラック行列 γ_0 を用いて）

$$m_u\, \bar{u}_L\, u_R \quad (m_u : u\ \text{クォーク質量}, \bar{u} = u^\dagger \gamma_0)$$

のように書け，確かに u_R と u_L が混合していることがわかる．

重要なことは，この質量項は $SU(2)$ 変換の下で不変ではない，ということである．実際，上で述べた特別な $SU(2)$ 変換 $(u, d)_L \rightarrow (d, -u)_L$ をすると，u_R は singlet で変換しないから質量項は $m_u\, \bar{d}_L\, u_R$ に変換されてしまう．こうして，クォーク，レプトンの質量項はゲージ不変性（対称性）を課すと許されなくなってしまう．この問題を解決するために導入されたのがヒッグス粒子である．ヒッグス 2 重項 $H = (\phi^0, \phi^-)$ を導入し

$$f_u (\bar{u} \quad \bar{d})_L \begin{pmatrix} \phi^0 \\ \phi^- \end{pmatrix} u_R \tag{2}$$

という，2 つの $SU(2)$ 2 重項の内積を用いた“湯川型”の相互作用を考えると，これは $SU(2)$ 不変となる．ここで f_u は湯川結合定数．

更に，ゲージ粒子も局所ゲージ対称性を課すと質量を持てない．これは，一般にあるゲージ粒子 A_μ の質量 2 乗項 $M^2 A_\mu A^\mu$ が局所ゲージ変換（(1) 式参照）の下で不変でないからである．光子は当然光速で走るので質量ゼロで構わないが，弱い相互作用は近接相互作用なので，弱い相互作用を媒介するゲージ粒子は，不確定性関係より，大きな質量を持つ必要がある．ここでは詳しく議論しないが，この問題もヒッグスの導入により，“ヒッグス機構”と呼ばれるメカニズムを用いて解決される．

しかし，たとえヒッグスを導入したとしても，例えばゲージ粒子はゲージ対称性がある限り質量を持てないと思われる．よって，ゲージ対称性を何らかの意味で破る必要がある．どうせゲージ対称性が破れるのなら最初からゲージ対称性を課さなければ良さそうだが，ゲージ対称性が最初からあからさまに破れている理論では繰り込み可能性が壊れてしまい，理論の予言能力が失われる．そこで，「理論は元々ゲージ対称性を持つが，真空状態（場の真空期待値）がゲージ対称性を破る」という「自発的対称性の破れ」のメカニズムを用いて質量項を結果的に生成することを考える．

少し，場の真空期待値，対称性の自発的破れについて考えてみよう．標準模型はクォーク，レプトンを表す相対論的な場（量子力学の波動関数に対応）を量子化して扱う「場の量子論」という理論体系を用いるが，波動方程式に従う場は弦の振動のように（無限個の）調和振動子の集まりと見なせるので，調和振動子の量子化を考えてみると大体の様子を直感的に把握できる．まず，重力中の調和振動子を考えると，そのポテンシャルは $V(x) = \frac{k}{2}x^2 - mgx$ だが $V = \frac{k}{2}(x - \frac{mg}{k})^2 + \text{定数}$ と平方完成できるので，$x' = x - \frac{mg}{k}$ に力学変数を変えれば，この力学系の量子化は $x' = c(a + a^\dagger)$ (c : 定数) のように通常どおり行え，明らかに x の真空期待値 $\langle x \rangle$ は $\langle 0|x|0 \rangle = \langle 0|c(a + a^\dagger) + \frac{mg}{k}|0 \rangle = \frac{mg}{k}$ である．つまり真空期待値からのずれを新しい力学変数として量子化すれば良い，ということである．これ

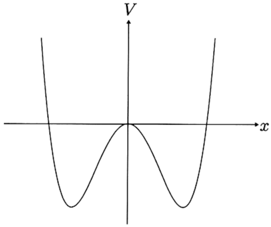


図 2　二重井戸型のポテンシャル．

は，単に重力により振動子の平衡点が $\frac{mg}{k}$ だけずれた，と言っているだけであるが，次に，少し複雑にしてパリティー対称性を持った二重井戸型のポテンシャル $V=-\frac{\mu^2}{2}x^2+\frac{\lambda}{4}x^4$ (μ^2,λ : 正の定数) の場合を考えよう（図 2 を参照）．

まず，調和振動子のときと同様に x の真空期待値はポテンシャルの最小の位置である $\pm\sqrt{\frac{\mu^2}{\lambda}}$ であると考えてみよう．例えば $\langle x\rangle=\sqrt{\frac{\mu^2}{\lambda}}$ を採ったとすると，この真空期待値はパリティー変換 $x\to -x$ の下で不変でなくなる．つまり，ラグランジアン（ポテンシャル）はパリティー対称性を持っているが，真空期待値がパリティー対称性を破っているように見える．実際には，この場合にはポテンシャルの最小の位置を表す 2 つの状態の間の量子力学的なトンネル効果が小さな確率ながら存在し，真の真空状態は両者が対等に混合したものになってしまい，真空状態が対称性を破るとは言えない．

そこで，最後にヒッグスに関する場の量子論の場合を考え，二重井戸のときと同様にヒッグスの場 $H(t,\vec{r})$ の 4 次式のポテンシャルを考える．この場合には振動子が無限個あるので上記のトンネル効果は無視できる．従って，元の理論（ラグランジアン密度）が対称性を持っているのに場の真空期待値がその対称性を破ってしまう，ということが可能になる．これを「自発的対称性の破れ」と言う[1]．ただし，標準模型で考えるヒッグスに関する対称性はパリティー対称性のような離散的対称性ではなく，連続的対称性であるゲージ対称性である．

中性のヒッグスの場を，その真空期待値からのずれを新たな力学変数 h として $\phi^0=\langle\phi^0\rangle+h$ のように書き直すとする．h が粒子として観測されるべきヒッグス粒子を表す場である．ϕ^0 に関するポテンシャルは二重井戸と同様 4 次式なので，h の 3 次，4 次の項が現れるが，これはヒッグス同士の「自己相互作用」を表し，この新しいタイプの相互作用は（原理的には）実験的に検証可能である．

ヒッグスを真空期待値からのずれの形で表す $\phi^0=\langle\phi^0\rangle+h$ の式を (2) 式に代入すると，真空期待値 $\langle\phi^0\rangle$ の寄与として

$$f_u\langle\phi^0\rangle\,\bar{u}_L\,u_R$$

が得られるが，これから u クォークの質量が $m_u=f_u\langle\phi^0\rangle$ と与えられることがわかる．つまり，真空期待値にヒッグスとの湯川結合の強さをかけたものが質量になる．同様にゲージ粒子はゲージ相互作用（ゲージ結合定数 g による）でヒッグスと結合するので，例えば弱い相互作用のゲージ粒子 W の質量は $M_W=g\langle\phi^0\rangle$ のように与えられる．要するに，質量はヒッグスの真空期待値からのみ来るので，ヒッグスといかに強く結合しているかで質量の大きさが決まる，というわけである．ヒッグス自身の質量もヒッグスとの結合，即ちヒッグスの自己相互作用の強さで決まる．

3. ヒッグスにまつわる問題

素粒子の標準模型は実験事実をほぼ完璧に説明し非常な成功を収めてきたが，一方で多くの理論家は，いずれより基本的な理論によって取って代わられると思っている．一つには，最近報告されているニュートリノ振動という現象を説明できない，という直接的事情もあるが，実はニュートリノ振動の確立以前より，理論的観点からより基本的な“標準模型を越える理論”の必要性が議論されてきた．

その主たる理由の一つは，標準模型で導入されたヒッグスにまつわる以下に述べるような理論的

な問題点が存在するからである．こうしたヒッグスにまつわる問題を克服する試みから標準模型を越える理論の手がかりが得られる，と期待される．特に，以下に述べる「階層性問題」は，その解法として超対称性理論から超弦理論に至る一連の発展が得られた，という意味でも歴史的に重要な役割を演じてきた．また現在でもその新しい解法が活発に議論されている．

(1)　たくさんの予言できない結合定数

前節で見たように，クォーク，レプトンの質量は湯川結合の大きさによって，ヒッグスそのものの質量は自己相互作用の結合定数の大きさによって決まるが，標準模型においてはこれらの値はゲージ不変性を課しても決めることはできず，多くの任意パラメターとして残される．このため，未発見のヒッグスの質量を予言することもできない．

(2)　階層性問題

例えば，標準模型を内包し，かつ3つの相互作用を真に統一する「大統一理論」を考えてみると，相互作用だけでなくクォークとレプトンも統一的に記述されるため，標準模型にはなかった新しい相互作用が生まれる．陽子の崩壊を引き起こす相互作用が代表例であるが，これを媒介するゲージ粒子の質量 $M_X \sim 10^{15}$ GeV は，弱い相互作用のゲージ粒子の質量 $M_W \sim 10^2$ GeV より13桁ほど大きくなり，理論には2つの非常に大きさの違う質量スケール（$M_W \ll M_X$）が存在することになる．こうした質量の“階層性”をいかに維持するか，というのが階層性問題である．特に，M_W 程度と思われるヒッグス質量への量子力学的効果を考えると，ヒッグス質量は容易に M_X のオーダーになり13桁ほど跳ね上がってしまう．これを避けようとすると理論のパラメターを 10^{26} 分の1程度の非常な精度で（何度も）微調整する必要が生じる．そのような理論が満足のいく理論とは考えにくい，というわけである．

既に述べたようにゲージ粒子の質量については局所ゲージ対称性を課すと禁止できるので，量子力学的効果を考えても質量が跳ね上がることはない．また，クォークのようなスピン1/2のフェルミオンの場合には，カイラル対称性（カイラルとは右巻き，左巻きの性質のこと）と呼ばれる対称性を課すことで質量を禁止できる．カイラル対称性とは右巻きと左巻きで異なる位相変換（例えば $u_R \to e^{i\alpha}u_R$, $u_L \to e^{i\beta}u_L$ $(\alpha \neq \beta)$）を行ったときの不変性のことであり，この下でフェルミオンの質量項，例えば $m_u \bar{u}_L u_R$ は不変でなく禁止される．これに対して，スカラー粒子であるヒッグスの場合には，その質量を保護する対称性が存在しない，ということが本質的な問題点である．よって，階層性問題の解法は何らかの新しいタイプの対称性を要請する場合が多い．

4. 超対称標準模型におけるヒッグス

最も有力な階層性問題の解法は「超対称性（supersymmetry)」を用いることである．特に，標準模型を最も簡単な形で超対称的にした最小超対称標準模型（MSSM）が提唱されている．超対称性とは，スピンが1/2だけ違うボゾンとフェルミオンを互いに変換（交換）する超対称変換の下で理論が不変，という性質のことである．

この理論では，超対称変換の下で互いに移り変わる，ヒッグスのパートナーのフェルミオン（ヒッグシーノ）が存在するが，ヒッグシーノはフェルミオンであるために，その質量は既に議論したカイラル対称性によって保護される．すると超対称性のために，そのパートナーであるヒッグスの質量も同時に安定化される，というわけである．

超対称理論では，ヒッグスについては超対称性のために少なくとも2重項が2個必要になるが，MSSMでは必要最小限のメンバーに限るために，ヒッグスの自己相互作用がゲージ相互作用起源のもののみとなり，自己相互作用の強さはゲージ結合定数 g により決まる．よってヒッグス（のうちで軽いほう）はゲージ粒子程度の質量を持ち，標準模型の場合とは違ってヒッグス質量に対する明確な予言で可能である[2)]．これくらいの質量であればそろそろヒッグスが発見されていても良さそう

であるが今の所未発見である．いずれにせよ，近く（2007 年から？）始まる CERN（欧州原子核研究機構）での LHC 実験で，標準模型，あるいはこの MSSM の予言するヒッグスの存在が確かめられるのでは，と大いに期待されている．

5. 新しいタイプのヒッグス理論

前節で議論した超対称標準理論は通常の 4 次元の時空間における理論であるが，最近の発展としては 4 次元以外の空間である余剰次元 "extra dimension" を持った "高次元理論" を用いた階層性問題の解法が色々と議論されている．

大きな余剰次元の理論，"ワープ因子" を持った理論，等の大いに注目を浴びた理論もあるが，ここでは新たな対称性を用いた解法について一つ紹介する．

既に述べたようにゲージ粒子の質量の安定性は局所ゲージ対称性で保障される．そこで階層性問題の解法にこの対称性を用いられないかと考えるのは自然だが，4 次元時空の枠組みではゲージ場はスピンが 1 であるのに対しヒッグスはスピンが 0 であって，このシナリオは無理である．そこで，時空を拡張し，高次元ゲージ理論の枠組みでゲージ場とヒッグスを統一する，"Gauge–Higgs Unification" を考える[3]．新たな対称性の導入という観点からすると，4 次元時空の持つポアンカレ対称性（時空の並進，ローレンツ変換の下での不変性）を高次元のそれに拡張したことになる．すると，4 次元から見たときのゲージ粒子とヒッグス粒子は，1 つの高次元的なゲージ粒子としてパートナーを組み，ゲージ粒子の質量はゲージ対称性によって明らかに保護されるので，そのパートナーのヒッグスの質量も，高次元的ポアンカレ対称性のおかげで保護される，と考えられる．

階層性問題の解法という観点から，実際にヒッグス質量への量子力学的効果を計算してみると，大きな質量補正（いわゆる "2 次発散" の項）が確かに相殺し，ヒッグス質量の安定化が実現されることがわかる[4]．ただし，この際，場の余剰次元の座標に関するモード展開（5 次元時空ならばフーリエ展開に他ならない）に関しては，（通常の理解とは異なって）量子効果の計算の際に中間状態についてはすべてのモードに関する和をとることが本質的に重要であることがわかる．これは，あるモード，例えばゼロ・モードのみを考えると高次元的な局所ゲージ対称性が破れてしまい，元々ゲージ場であったヒッグスの質量を保護できなくなるからである．

このシナリオを用いた標準模型を越える理論の構築も試みられている．このシナリオではヒッグスは元々ゲージ粒子だったので，ヒッグス相互作用は基本的にゲージ対称性によって規定される．このため，標準模型での決めることのできない多くの湯川結合，といった問題はなくなるが，一方でゲージ対称性による制約が強いので，いかに世代間の質量差を出すか，といった問題が残り，満足のいく現実的模型の構築とまでは行っていないと思われる．

参考文献

1) 提唱者自身による次のような優れた一般向け解説書がある：南部陽一郎，『クォーク』講談社，1981.
2) Y. Okada, M. Yamaguchi and T. Yanagida, *Prog. Theor. Phys.* **85** (1991) 1.
3) Gauge–Higgs Unification のアイデア自身は古くからある：例えば M.S. Manton, *Nucl. Phys.* **B158** (1979) 141. 特に，余剰次元方向のゲージ場の真空期待値によってゲージ対称性を破る "細谷メカニズム" が提唱されている：Y. Hosotani, *Phys. Lett.* **B126** (1983) 309.
4) H. Hatanaka, T. Inami and C.S. Lim, *Mod. Phys. Lett.* **A13** (1998) 2601.

（りん・せいじ，神戸大学理学部）

超対称理論における素粒子像

スーパー粒子



岡田 安弘

1. はじめに

素粒子物理の発展には対称性が大きな役割を果たしてきた．素粒子物理は，物質の究極の姿とその力の法則を明らかにすることを目的にしているが，最も基本となる単位が何かや，その間に働く力は，より小さな距離における素粒子像が明らかになっていくとともに変化してきた．一方，対称性の中には，素粒子像が変化しても変わらないものも含まれている．例えば，相対性理論で考えるローレンツ変換に対する物理法則の不変性は，古典電磁気学の対称性として登場したが，今では正しい素粒子模型を追求するためのよりどころとなる基本原理となった．したがって，このような基本的な意味を持つ対称性が何かを探ることは，素粒子物理の大きな目標である．

さて，現在の素粒子物理では様々な理由から超対称性という新しいタイプの対称性が注目を浴びている．この対称性によれば，世界にはまだ見つかっていないスーパー粒子と呼ばれる一群の新粒子が存在するはずである．ここでは，超対称性がどのような経緯で素粒子物理に導入され，素粒子模型を考える上でどのような役割を果たし，そしてどのように実験的に検証されようとしているのかを解説したい．

2. 超対称性とは

現在の素粒子物理学は相対性理論と量子力学という2つの原理に基づいて考えられている．量子力学によると，角運動量は量子化され，プランク定数を 2π で割った量 ($\hbar$) の整数倍か，1/2の奇数倍の値をとることが知られている．基本粒子も量子力学的な状態で分類されるので，スピンと言われる粒子固有の角運動量が備わっている．そして，その数が整数をとる粒子をボソンと，1/2の奇数倍をとる粒子をフェルミオンと言う．例えば光を粒子として見たときの素粒子である光子はスピン1を持つボソンであり，電子やクォークはスピン1/2を持つフェルミオンである．また，3つのクォークでできている陽子も固有な角運動量は1/2でフェルミオンに分類される．素粒子が固有なスピンを持つことは現代の素粒子像の大きな特徴である．

一方，アインシュタインによって導入された特殊相対性理論によると，お互いに等速直線運動をしている系の時間座標と空間座標の間にはローレンツブーストの関係式が成り立ち，この変換によって物理法則は不変になる．ローレンツブーストは数学的には空間軸の回転の変換を時間軸と空間軸の間の回転に拡張したような形をしている．ローレンツブーストと空間回転は合わせて全体としてローレンツ変換と呼ばれる変換を形作る．空間回転は2つの変換を続けて行うとまた別の回転となるという群の性質を持つが，ローレンツ変換も同様に群の性質を持つ．一方，時間座標を一様に動かしたり，空間座標を一様に動かすことも群の性質を持っている．ローレンツ変換は，時間並進，空間並進とともに，特殊相対性理論で記述される世界を考える場合の基本となる対称性である．

1970年代以来，素粒子模型は素粒子標準模型と言われる理論を中心に展開している．これは自然界の4つの基本的な力のうち重力を除く3つ，つまり強い力，弱い力，電磁力を統一的に記述するものである．その理論が基礎とするのは，量子化された相対論的な場の理論である．そこでは，ローレンツ変換，時間並進，空間並進が時空に関する対称性として特別に基本的な意味を持って登場する．相対論的な場の理論によると，フェルミオンが同じ状態に2つの粒子が入ることのできないフェルミ・ディラック統計に従い，ボソンが同

じ状態に縮退することができるボース・アインシュタイン統計に従うことが数学的に証明される．これは，現実の世界で観測されている事実と一致する．

このように，時空に対する3種類の対称性は素粒子の世界で基本的な役割を果たしているが，これ以上この対称性は拡張できないのだろうか．1973年にJ. WessとB. Zuminoはこの問題を考え，一つの重要な結論を得た．彼らは，ある種の場の理論の模型では，ボソン場をフェルミオン場に，フェルミオン場をボソン場に変える変換性に対して不変にすることができることを示した．初めはこの不変性は質量のない自由場で議論されたが，すぐに相互作用項を含んだ場の理論の模型や一般のゲージ理論の場合にも拡張され，種々の場の理論の模型は超対称性の変換に対して不変にすることができることが明らかになった．さらに，1976年にS. FerraraとD.Z. FreedmanとP. van Nieuwenhiuzenは超重力理論を構成し，超対称性を重力を含む場合まで拡張できることを示した．

超対称性が特に重要なのは，時空の対称性と密接に関連している点である．ローレンツ変換，時間並進，空間並進は時空の対称性として物理学では特別の地位にあるといったが，超対称性はこれらと同等な資格で入ってくる対称性である．超対称性が時空の対称性と結びつくのは一見不思議だが，次のような事情によっている．ある対称性の数学的な構造を考える場合，変換を2回行ってみると有用である．特に，物理系が対称性によって不変な場合，微小変換を2回行いその順序を変えた変換を行って引き算をすると，それ自身何らかの対称性の変換になるはずである．このようにしてできた変換の間の関係式をその対称性の代数と呼んでいる．超対称性の場合は2回変換によって生成される代数が時間・空間の並進を含むことが示される．つまり，超対称性によりボソン場をフェルミオン場に変換し，もう一度フェルミオン場をボソン場に変換すると，その結果の表式の中に元のボソン場の時間・空間座標をずらす（微小変換では微分をとる）変換が含まれる．そこで，元々時空の対称性とは無関係に導入したはずの超対称性が時空の不変性の作る代数の拡張の一部として組み込まれることになる．

超対称性が時空の対称性と結びつく性質が生じた背景には，実は相対論的な不変性が重要な役割を果たしている．相対論的な場の理論では，例えばスピン0のボソン場はクライン・ゴルドン場の方程式を満たし，スピン1/2のフェルミオン場はディラック方程式を満たす．詳細はここでは紹介できないが，ボソンとフェルミオンの満たす方程式の違いが超対称性の変換を2回施したときに時間・空間微分が生じる原因であることを示すことができる．つまり，超対称性が時空の対称性に係わるという性質は，ローレンツ変換に対して不変な理論形式を使ったために導かれたものである．一方，非相対論の枠組みの中では，違うスピンの間の変換は必ずしも時空の対称性とは結びつかない．超対称性はこのようにして，それまで考えられていた対称性，例えば電荷の保存やバリオン数の保存に対応する理論の対称性とは一線を画すものとして，1970年代の中頃に理論的に導入された．

3. 超対称模型と大統一理論

このようにして導入された超対称性は，素粒子模型を考える上でどのような役割を果たすことができるのだろうか．一体，超対称性を持つような素粒子模型は考えることができるのだろうか．一見すると，超対称性は現実の自然界と係わりのないように思える．超対称性はボソンとフェルミオンの間の対称性であるため，必ずスピンが1/2だけ異なる粒子が組で出てくるはずである．しかも超対称性によって結ばれた粒子は，単純には同じ質量を持たなければならないことが理論的に示される．しかし，現実には素粒子標準模型で登場するクォークやレプトン，光子などの粒子の間には超対称性でうまく組になっているものは見られない．もしも，模型を超対称性を持つように拡張するとしたら，素粒子標準模型に登場する粒子のそれぞれに対して超対称性で結びつく粒子（スーパー粒子）を新たに導入しなければならない．この理論には多くの新粒子を導入するのに見合うだけの魅力的な面があるのだろうか．

1970年代は素粒子模型に大きな進展があった時代である．自然界の3つの基本的な力をゲージ理論という同じ数学的な枠組みで記述する素粒子標準模型が提案され，この理論の成否を実験的に検証しようという試みが精力的に開始された．この模型では3つの力は$SU(3)$, $SU(2)$, $U(1)$という3つの群に基づいたゲージ理論から説明される．ゲージ理論では力はゲージ粒子というスピン1を持つベクター粒子によって媒介される．強い力は$SU(3)$ゲージ理論に対応しグルーオンによって媒介される．弱い力と電磁力は組み合わせて初めてゲージ理論の形をとることができる．それは，しばしば電弱理論と呼ばれ，$SU(2)$と$U(1)$のゲージ理論である．力を伝えるゲージ粒子としては，電磁力

を伝え質量を持たない光子と，弱い力を伝える電荷を持った W 粒子と中性の Z 粒子の 3 種類が導入される．W 粒子と Z 粒子はそれぞれ 80.4 GeV と 91.2 GeV，つまり陽子の約 86 倍と約 97 倍の質量を持った粒子である．1983 年にヨーロッパの CERN 研究所の陽子・反陽子コライダー実験でこれらの粒子が理論の予言通りに発見されたことは標準模型を検証する上で大きなステップとなった．

このようにゲージ理論に基づいて素粒子模型を考えることが正しい道であろうと認められるようになる中で，更なる力の統一模型として大統一理論が注目されることとなった．大統一理論は元々 H. Georgi と S.L. Glashow が 1974 年に 3 つの力を $SU(5)$ 群を導入することによって統一する模型を考えたのが始まりである．この際，重要な役割を果たしたのは，力の強さは考えている物理反応の過程の特徴的なエネルギーとともに変化するということである．例えば，強い力に対応する $SU(3)$ ゲージ理論の結合定数はより高いエネルギー（あるいは小さい距離）ではだんだんと小さくなる．この性質を強い力の理論である量子色力学の漸近的自由性と呼んでいる．逆に長い距離では結合定数が大きくなり，このことがクォークが陽子や中性子に束縛され決して外に出てくることのできない理由になっていると考えられている．同様な考え方を標準模型の 3 つの結合定数に適用すると，確かに高いエネルギーに行くに従って 3 つの結合定数は近づく傾向が見られる．しかし，3 つの結合定数が同じぐらいの大きさになって力の大統一が起こるのは，大体 10^{15}–10^{16} GeV ぐらいのエネルギーであり，電弱理論のエネルギースケール（例えば，W 粒子の質量）より 10^{13}–10^{14} 倍も大きい．このスケールはもはや重力と他の 3 つの力が大体同じ程度になると考えられるプランクスケール（大体 10^{19} GeV）に近くなっている．つまり，大統一が実現するとすれば，素粒子物理で基本的なエネルギースケールは，現在実験的に探索されている電弱スケール（100 GeV 程度）と途方もなく離れている大統一あるいはプランクスケールであるということになる．

1970 年代の終わり頃になって，このように 2 つのスケールを非常に大きく離しておく状況設定は，量子補正を考慮すると簡単に壊れてしまうことが指摘され問題になった．一般に物理系の様々なパラメーターは量子力学的に扱うと補正を受ける．最も簡単な例の一つは，調和振動子のゼロ点振動によるエネルギーである．ポテンシャルエネルギーが $V(x) = \frac{1}{2}m\omega^2x^2$ で表される質量 m，周波数 ω の調和振動子の基底状態のエネルギーはよく知られているように $\frac{1}{2}\hbar\omega$ である．この系では古典的にはエネルギーの最低状態はポテンシャルの最低点 $(x = 0)$ にとどまっている場合で，そのエネルギーはゼロのはずである．しかし，量子力学的に考えると不確定性原理により完全に最低点にとどまることはできず，少しエネルギーを持つことになる．つまり，ゼロ点振動のエネルギーは，系を量子論で正しく取り扱った結果として生じた量子補正である．

素粒子標準模型でも計算は複雑になるが，理論に導入されるいろいろなパラメーターに対する量子補正を考えることができる．ここで問題となったのは電弱スケール自体の量子補正が，プランクスケールと同じかせいぜい 2 桁程度しか小さくならないことである．これでは，初めに 100 GeV 程度の電弱スケールを考えていても量子補正によって 10^{17} GeV ぐらいに増大してしまい，現実とは全く合わないことになる．

超対称性が役に立つのは標準模型のこの問題（階層性問題）を解決することができる点である．超対称理論では様々な場合に量子補正の相殺が起こることが知られている．例えば，超対称性を持った場の理論では，ゼロ点振動によるエネルギーの量子補正はボソンの寄与とフェルミオンの寄与とが逆符号で効き，完全に相殺することを示すことができる．また，素粒子標準模型を超対称性を持つように拡張した理論では，電弱スケールに対する量子補正は，やはりほとんどがボソンの寄与とフェルミオンの寄与で相殺してしまうために，初めに仮定した 100 GeV 程度から大きくはずれることはない．超対称理論のこのような性質が認識されるようになって，1980 年代の初めから標準模型や大統一理論を超対称性を持つように拡張した模型，つまり超対称標準模型や超対称大統一理論が詳しく研究されるようになった．

1990 年代になって超対称模型にとって大変示唆的な実験事実が明らかになってきた．それは，CERN 研究所の電子・陽電子コライダー実験（LEP 実験）で大量の Z 粒子の生成が始まったことによる．この実験は Z 粒子の生成と崩壊から素粒子標準模型の精密な検証を行うことを目的として開始された．その結果 $SU(3)$，$SU(2)$，$U(1)$ の 3 つのゲージ力の結合定数の値が正確に決められたが，その値は超対称性を課した大統一理論の予言と驚くほどよく一致している．3 つのゲージ結合定数の値はエネルギースケールとともに変化するが，それぞれの結合定数が変化する割合は理論に導

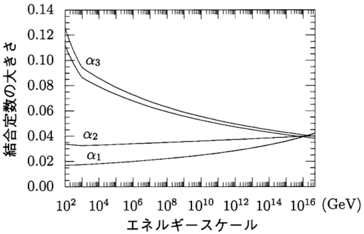


図 1　超対称大統一理論における 3 つのゲージ結合定数の統一．LEP などの実験で決められた 100 GeV 領域の 3 つのゲージ結合定数をインプットにすると，超対称模型では 10^{16} GeV のエネルギースケールで 3 つのゲージ力の大統一が起こることが可能であることを示している．

入された粒子の種類や数による．超対称模型では標準模型の粒子に対して超対称性で結びつくパートナーのスーパー粒子を導入しなければならない．大統一理論がうまくいくのは，実はこの新しく導入した粒子のおかげである．超対称大統一理論におけるゲージ結合定数の統一の様子を図 1 に示す．100 GeV スケールで実験的に決められたゲージ結合定数をインプットにすると，この理論によれば 10^{16} GeV 程度の非常に離れたスケールで力の大統一が起こることが可能なことがわかる．ちなみに，スーパー粒子の寄与を除いた場合には 3 つのゲージ結合定数はある一つのエネルギースケールで一致することはないことを示すことができる．この事実により超対称模型は素粒子標準模型を超える物理の有力候補と考えられるようになった．

4. スーパー粒子の探索

それでは超対称理論を検証するにはどうすればよいのだろうか．超対称模型の最大の予言はスーパー粒子の存在である．超対称性はボソンとフェルミオンの間の対称性なので，素粒子標準模型に含まれる粒子のそれぞれに対してスピンが 1/2 だけ違った新粒子が導入される．スピン 1/2 のクォーク・レプトンにはスピン 0 のスカラー粒子のスクォーク・スレプトンと呼ばれる粒子が導入される．スクォークやスレプトンは対応するクォークやレプトンと同じ電荷を持っている．また，強い力については，スクォークはちょうどクォークと同様に力を感じる．力を媒介するスピン 1 のゲージ粒子に対してはスピン 1/2 のフェルミオンが導入される．強い力のゲージ粒子であるグルーオンに対しては，やはり強い力に関与するグルイーノというスーパー粒

表 1　最も単純な超対称標準模型に含まれる粒子．

通常粒子	スーパー粒子
クォーク	スクォーク
レプトン	スレプトン
グルーオン	グルイーノ
W 粒子, 荷電ヒッグス粒子	チャージーノ（2 組）
光子，Z 粒子，中性ヒッグス粒子（3 種類）	ニュートラリーノ（4 種類）
グラビトン	グラビティーノ

子が導入される．

電弱理論のゲージ粒子のスーパー粒子には，少し複雑な事情が存在する．標準模型では 3 種類のゲージ粒子のうち光子以外の W 粒子と Z 粒子はゼロでない質量を持つ．ゲージ理論では元々ゲージ粒子は質量を持たないが，ヒッグス場と呼ばれる新しい場が宇宙に一様に溜まっていると仮定し，その場との相互作用を考えることによって質量を獲得する．これをヒッグス機構と言う．超対称模型では，このヒッグス場に対応するフェルミオンも導入しなければならない．結局，ゲージ粒子とヒッグス場のスーパー粒子は，2 組の電荷をもったチャージーノと呼ばれる粒子と 4 種類の電気的には中性なニュートラリーノと呼ばれる粒子を導入することになる．この他にスピン 2 の重力子（グラビトン）のスーパー粒子が必要で，これはグラビティーノというスピン 3/2 の粒子である．最も単純な超対称模型に登場する粒子を表 1 にまとめる．

次にスーパー粒子の質量はどうなっているのだろうか．前にも述べたように超対称理論では超対称性で結びつく粒子の質量は元々同じになっているはずである．しかし，現実には例えば電子と同じ質量を持ったスカラー粒子は見つかっていないので，スーパー粒子の質量は元の粒子とは違っていなければならない．実は，この問題は超対称理論の中で粒子とスーパー粒子の間の質量を変える機構が用意されていることで解決できる．これはちょうどゲージ理論でヒッグス機構によって，元々の理論の持つ不変性を壊すことなくゲージ粒子に質量を与えることができることに似ている．超対称性の破れの場合もスーパーヒッグス機構と呼ばれるやり方によって，理論の持つ超対称性という対称性と抵触することなくスーパー粒子に元の粒子と異なった質量を与えることができる．ただし，それぞれの粒子にどのような質量が生成されるかは模型の詳細によるので一般的な予言はできない．

スーパー粒子はこれまでの加速器実験で探索されてきたが，まだ発見されてはいない．通常考えられてい

る超対称模型ではスーパー粒子は対生成されるので，最大限探索できる領域は加速器の重心系のエネルギーの半分までである．強い力に関与しないスレプトンやチャージーノなどはLEP実験でスーパー粒子の質量の下限が決まっており，大体100 GeV程度である．一方，スクォークやグルイーノは強い力に関与する粒子であり，米国フェルミ研究所のテバトロンという陽子・反陽子コライダー実験で探索が続けられている．現在のこれらの粒子の質量の下限は大体300 GeV程度である．

2007年からCERN研究所で開始されるLHC実験ではスーパー粒子の探索が主要なテーマの一つである．この実験では7 TeV（=7000 GeV）まで加速された陽子を衝突させるので重心系のエネルギーは14 TeVにも達する．特に強い力によって生成されるスクォークやグルイーノに関しては発見できる質量の範囲は，現行のテバトロン実験に比べて一気に10倍ぐらい広がるはずである．LHC実験でスーパー粒子が見つかるかどうかは素粒子物理の将来の進む方向を決める重要な分かれ目になる．

LHC実験でスーパー粒子が発見されれば，我々の宇宙の理解にも大きな影響があると考えられる．近年の宇宙背景輻射の揺らぎの精密な観測などにより，我々の宇宙を形作るエネルギーがどのような組成になっているかが明らかになってきた．それによると，宇宙を形成するエネルギー組成のうち我々がよく知っている陽子や中性子でできている部分はたった4%程度であり，その他は暗黒エネルギーや暗黒物質と言われるまだよくわかっていない形であると考えられる．超対称模型では通常最も軽いスーパー粒子は安定粒子になり暗黒物質の候補となり得る．もし超対称性がLHC実験で見つかり，確かに新しい安定粒子が生成されている証拠をつかむことができれば，その粒子が宇宙の暗黒物質であるかどうか見極めることが非常に重要な問題になる．

LHC実験ではヒッグス粒子を探索することも重要な課題である．超対称模型はこの物理についても特徴的な予言を持っている．素粒子標準模型では電荷を持たないヒッグス粒子が一つだけ存在するが，超対称模型では最も簡単な場合でもヒッグス粒子は中性なものが3種類，荷電ヒッグス粒子が1組存在する．またこれらの粒子の質量の間に特徴的な関係が成り立ち，特に最も軽い中性ヒッグス粒子はおよそ130 GeV以下にあることが示される．現在のヒッグス粒子の実験的下限値は約115 GeVなので比較的軽いヒッグス粒子が存在することになる．LHC実験で見つかるヒッグス粒子の質量や数によっては，超対称模型が有力になったり，あるいはその可能性がほぼ否定される状況になったりすることが考えられる．

さらに将来的には，現在世界的な枠組みで検討されている電子・陽電子リニアーコライダー（International Linear Collider, ILC）における実験が超対称模型の検証には重要である．ILCではスーパー粒子の質量やそれが関与する結合定数の大きさを精密に決めることができる．それによって，最も軽いスーパー粒子が本当に宇宙の暗黒物質として適しているか，力の大統一は起きているのかなどの疑問に答えることができる．

また，スーパー粒子の直接生成ではないが，核子崩壊，B中間子の稀崩壊，τ粒子やμ粒子崩壊でレプトンの種類の保存則を破る過程などにはスーパー粒子の効果が間接的に効いてくる可能性がある．これらの探索に向けてスーパーカミオカンデやわが国のKEKと米国のSLACのBファクトリー実験が続けられ，またμ粒子の陽電子と光子への崩壊の探索実験が東大グループが中心になってスイスのPSI研究所で準備されている．これらの実験はもしシグナルが見えても，必ずしも超対称性の発見というわけではないが，LHC実験やILC実験のスーパー粒子の探索と組み合わせると，超対称模型の様々な側面に関する有用な情報を与えてくれると期待されている．

5. まとめ

物理学において対称性はいろいろな場面で登場し，それぞれ有用な役割を果たしている．中でも時空に関する対称性は，素粒子物理を枠組みから規定する基本的な意味を持っている．相対性理論はそのような性格の対称性を導入したものとして20世紀を代表する理論ということができる．超対称性の存在する世界は，この相対性理論を含みさらに拡張する内容をもっている．超対称性が発見されれば，我々の抱いている時空という概念を一歩踏みだす必要があるかもしれない．素粒子模型の面からは超対称性は電弱エネルギースケールと重力のスケールとを結びつける鍵となる対称性である．2007年から開始されるLHC実験はまさにこの電弱エネルギースケールの物理を解明しようとしている．LHC実験で超対称性が見つかるかどうかが素粒子物理のこれからの方向を決める重要な分岐点となるであろう．

（おかだ・やすひろ，
高エネルギー加速器研究機構/総合研究大学院大学）

米谷　民明

『旅人』と『鏡のなかの世界』

湯川・朝永にちなんで私自身が学生時代に親しんだ本について当時のことを思い出しながら書いてみよう．私はいわゆる団塊世代に属するが，この世代で素粒子論を目指したものにとって，「湯川・朝永」は憧れであると同時に目標でもあった．当然，両者の著作は熱心に読み様々な意味で影響を受けた人が多いと思うが，私の場合は，物理自体というよりも研究とはどういうものか，独自なアイデアはどんなふうに生み出されるのか，といった面から興味を持ち親しんだものが多い．その代表が『旅人』[1]と『鏡のなかの世界』[2]である．

前者は湯川さんの青年時代，中間子論着想までの回想で，湯川さんの50歳頃に書かれたものである．学者一家の恵まれた環境に育った様子が，幼い頃のエピソードを交えて生き生きと描写されている．最初に読んだ当時の私にとっては，たとえば旧制高校で将来の進路として数学や工学関係を断念するあたりは，自分自身のその頃の迷いと重なり共感した．特に印象に残っているのは「理論物理学者として，理想と現実の間の矛盾に悩むのが私の性に合っているようにも思われる」という一言である．また，最後の節「苦楽園」は，中間子論への道筋が頭に染込むくらい何度も読んだ．こういう素晴らしいアイデアを自分でも生み出せたらと思ったものである．

晩年の湯川さんには，創造性に関する著書もいくつかあるが，私はそれらの熱心な読者でもあった．私の学部時代に発表された「素領域理論」に関して，湯川さんはその頃の著書で，荘子などの東洋的思考との関連を強調した．そんなのは物理と何の関係もないと毛嫌いする人もいるだろう．実のところ私の拙い経験からも自分の先入観や思い込みにこだわりすぎると失敗することが多い．だが，「理想と現実の間の矛盾」に悩みつつ研究を進めるとき，様々なレベルの違いはあるにせよ，ある種の「思想」をもってこそ，独自の問題意識が生じ独創的なアプローチが可能になるのである．

朝永さんの『鏡のなかの世界』[2]は，40歳代から50代後半までの間に書いたものを1965年に出版したものである．表題になった短い随筆を含め，いかにも朝永さんらしい達意で機知にあふれる文が集められている．なかでも私が最も親しんだのは「滞独日記」だ．朝永さんがハイゼンベルクの研究室に滞在した間の1938年4月から1939年5月，32–33歳頃の日記である．青春時代の終わり頃の気持ちが瑞々しく，ときにかなり赤裸々に綴られている．学生ハイムの生活の話，「赤毛嬢」に招待されて行った音楽会の話など，微笑ましい一面とともに，戦争がせまり来る世相，インド人留学生の孤独な死などが織り交ざり，簡潔だが巧まずして小説的な起伏も備えている．湯川さん等の活発な成果に比べてドイツまで来て「くさって」いて，仕事の行きずまりを「仁科先生」(仁科芳雄) に訴えたのに対して受け取った返事を読み，涙が出てきたというくだりなどに，朝永さんほどの人も自分と同じように悩んでいたのかとどんなに慰められたことか．私にとっても青春の書の一つであった．

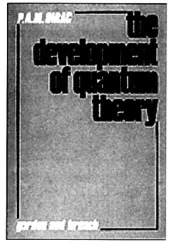
物理についてもたとえば次のような一節がある．「中間子が直接に電子と中性微子にこわれずに，中間子は一度陽子と中性子になり，それが電子と中性微子にこわれると考える」が，計算を進めたら「中間状態の陽子中性子の状態がやたらとたくさんあって，積分が発散してしまうのである」．これはまさに後に繰り込み理論で取り扱うのと同質の紫外発散の問題である．武谷三男さんが1965年頃に書いたある文章（「素粒子論グループの形成」）のなかで，「まことに朝永氏の天才は，行くとして可ならざるはなしという形であった」と述べている．こうした評言に現れているような後年の多彩な研究の下地が，天性の素質に加えて滞独時代の体験が若々しい朝永さんの心に蓄積して培われてゆく様子が日記からも伝わってくる．

参考文献

1) 『旅人—ある物理学者の回想—』: 湯川秀樹，300頁，講談社，1966年．
2) 『鏡のなかの世界』: 朝永振一郎，230頁，みすず書房，1965年．

（よねや・たみあき，東京大学大学院総合文化研究科）

The development of quantum theory



P.A.M. Dirac 著, Gordon and Breach Science Pub. 1971 年, 66 頁

ディラックがマイアミ大学理論物理学センターより,「オッペンハイマー記念賞」を受賞したときの受賞講演. ディラック本人による量子力学建設過程の得がたい貴重な回想である. 特に, ディラック方程式から陽電子発見にいたる過程に関連して, 当時の物理学者にとって新粒子を仮定するというのは如何に心理的に大きな障壁であったかを強調しているのが興味深い. これからも, 湯川中間子の発想が当時の欧米物理学会にとって大きな衝撃であったかがわかる.

Elementary particles and the laws of physics

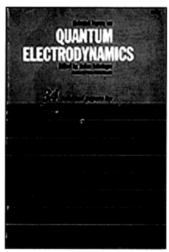




R.P. Feynman and S. Weinberg 著, Cambridge University Press, 1987 年, 110 頁

ケンブリッジ大学で定期的に行われているディラック記念講演会で, 1987 年にファインマンとワインバーグが行った講演記録. それぞれの表題は, ファインマンが「反粒子の理由」, ワインバーグは「物理学の最終法則へ向かって」である. 前者は, ディラックの電子論から始まる反粒子が, 相対論的な量子力学で何故必然的な帰結であるかについての独特な議論で, 場の理論の理解を深めるのに役立つ. 後者は, ゲージ理論や弦理論までに至る道筋の解説. これに関しては, ワインバーグ自身が 5 年後に書いた『**Dreams of a final theory**』, S. Weinberg 著, Pantheon Books, 1992 年, 334 頁 (日本語版『究極理論への夢』小尾信弥・加藤正昭訳, ダイヤモンド社, 1994 年, 370 頁) でさらに本格的に「究極理論」の可能性や意義を考察しているので一読を勧める.

Quantum Electrodynamics



J. Schwinger 編, Dover Publications, 1958 年, 424 頁

量子電気力学の主要論文をシュウィンガーが選定した論文集. ディラックの多時間理論の論文, その拡張である朝永「超多時間理論」, および同等の内容を含むシュウィンガーの論文, ファインマンの経路積分・ファインマン規則の論文などを含む 1930 年代から 50 年代までの重要論文の多くにこの 1 冊で直接に接することができる. 原論文を読むことにより, アイデアの提唱や展開がなされる現場を追体験できる. また, 研究者を目指す人にとっては, 論文というものをどう書くべきかについても大いに得るところがあるはずである.

モノポールを求めて

荒船　次郎

1. はじめに

ディラックが 1931 年に予言した素粒子・モノポールの理論は美しく，面白いので，多くの物理学者が魅せられた．実験家はモノポールを発見しようと，様々な技術を駆使して探索した．一方，理論家は理論を発展させ，1974 年以降には，素粒子の大統一理論にはモノポールが必然的に存在することを知った．大統一理論のモノポールは従来の想像以上に重く，実験家は大統一理論のモノポールの信号が得られるよう，ますます観測方法を工夫した．

それでも，モノポールは未だ発見されていない．加速器では作られていない．宇宙からのモノポールを探しても観測されていない．やがて，宇宙にモノポールが少ない理由は，過去に宇宙が大爆発し，大きく膨張したためモノポールの密度が非常に希薄になったからである，とする，インフレーション理論が現れ，モノポールの少なさが理解された．それでも，モノポールは魅力的であり，実験は続けられ，理論は多様に発達し，もう少しの努力で見つかるかもしれないという理論や，大統一理論があっても意外に質量は軽いという理論等，様々な理論が提唱され，実験的な探索は今も魅力的である．モノポールの理論は数学的にも発達し，多方面に発展しているが，この稿では，モノポールを探した典型的な実験を振り返り，理論的な解説も少し加えながら，モノポールがいかに実験家を魅了し，努力を促してきたかを振り返ってみよう．

2. ディラックのモノポール ——存在すれば電荷が量子化される

N 極だけ（あるいは S 極だけ）の磁石をモノポールと言う．日本語で磁気単極子とも言う．このモノポールは新粒子として，1931 年にディラックが予言した．何故それほどモノポールが魅力的かというと，まずは，電磁気の法則を対称にする．電磁気の法則は 1860 年代成立のマクスウェルの方程式で書かれるが，この方程式は，真空中では電気と磁気を交換しても変わらないという美しい対称性があるのに，物質があると対称性がなくなる．電荷と異なり，単独の磁荷はないからである．もし磁荷もあれば理論が対称になり，より美しくなる．

ここまでは，天才でなくても気付くかもしれない．ディラック[1]が発見したモノポールの魅力はその先にある．もし，モノポールが存在すれば，「すべての荷電粒子の電荷は，ある最小の電荷の単位の整数倍である」，という今まで説明できなかった原理「**電荷の量子化**」，が説明できたのである．実験的には，例えば，陽子と電子の電荷の比は正確に -1 で，整数からのずれは観測できず 10^{-21} 以下と限りなく小さい．これほど -1 に近いのは偶然ではない．しかし，1931 年頃は勿論，現在の素粒子の標準理論でも，説明できない．しかし，もしモノポールが宇宙に 1 つでも存在すれば，それが説明できるのである．

ディラックの説明をやや乱暴に説明すると，こうである．

荷電粒子の電荷を q，モノポールの磁荷を g として，この 2 つが共存すると，量子力学では，ゲージ不変という対称性を課すと，一般には電子の波動関数が 1 価関数にできない．1 つの波動関数を考えると，その波動関数に，

$$a = e^{iqg/\hbar}(|a| = 1,\ \hbar \text{ はプランク定数}) \qquad (1)$$

という因子を掛けた波動関数が現れ多価になり異常を

きたす．避けるには，

$$a = 1$$

が必要で，そのためには，式 (1) の位相が $2\pi N$（N は整数）であれば良い．したがって，

$$qg/\hbar = 2\pi N \quad (N \text{ は整数}). \tag{2}$$

これはディラックの条件と呼ばれる式である．この式から，すべての粒子の電荷は一般に，$2\pi\hbar/g$ の整数倍であることが導かれた．「電荷の量子化」が見事に証明できた．ディラックは当初この量子化の美しさに触れて，もし自然がモノポール概念を利用しなかったら，私は驚くだろう，と書いていることからも，モノポールの存在を強く期待していたことがうかがえる．なお，電荷だけでなく，モノポールの磁荷も量子化される．電子の電荷を e として，$\alpha \equiv e^2/4\pi\hbar c = 1/137$ を考慮し，簡単のため $c = 1$ として

$$g = g_D n = 63.5e \times n \quad (n \text{ は整数}) \tag{3}$$

である．ここで，$g_D = 2\pi\hbar/e = e/2\alpha \approx 63.5e$ を用いた．

3. 初期のモノポール探索 ——モノポールの信号の特徴

当初は，モノポールの質量は判らないので，とりあえず，陽子くらいの重さと想定して探索がされた．当初のモノポール探索では次のような特徴が考慮された．

（ア） モノポールが物質を電離する力は強い．

電離は，モノポールが動くために誘導される電場で起き，誘導される電場は速度に比例することを考慮すると，モノポールは，あたかも電荷が $e \times 63.5\beta n$ の荷電粒子（$\beta = v/c$ はモノポールの速度 v と光速度 c の比）と同じ力で電離する．したがって，信号の強さは電子の信号の，$(63.5\beta n)^2 \approx 4030\beta^2 n^2$ 倍であろう．

（イ） 電子の信号は $1/\beta^2$ に比例し，上の（ア）と合わせると速度依存が消える．モノポールの電離の強さは速度に依らない．このことは荷電粒子と異なる特徴である．

このような特徴を考えて数々の実験が行われた．例えば，**後藤英一**は，1963 年，従来より 3 桁も効率の良い方法でモノポールを探索し，宇宙からのフラックスの上限，$1 \times 10^{-13}/\text{cm}^2\,\text{sec}$ を得た[2]．

後藤英一は，「**モノポールが磁場から受ける力は $\boldsymbol{B}$ ではなく，$\boldsymbol{H}$ である**」ことを最初に論理付けた（1963 年）．物理の教科書，Kittel の『物性物理学入門』にも後藤の説として紹介されている，そのアイデアを紹介しよう．小さな永久磁石を考え，もし，モノポールの受ける力がその $\vec{B}$ に比例するとしよう．磁束密度 $\vec{B}$ の磁力線は閉曲線を描くので，その閉曲線に添ってモノポールを 1 周させ元の位置に戻すと，磁石が仕事をし，エネルギーを取り出せる．しかし，微小な永久磁石はエネルギーの最も低い状態なので，ここからエネルギーは取り出せないはずなので矛盾する．一方，もし，力が $\vec{H}$ に比例すれば，永久磁石の磁場 $\vec{H}$ は保存力（$\vec{\nabla} \times \vec{H} = 0$）なので，エネルギーは取り出せず矛盾しない，だから，力は $\vec{H}$ に比例する，というものである．

後藤のもう一つの重要なアイデアは，**隕石や砂鉄の歴史**を考えたことである．上の考察から，磁鉄鉱はモノポールを保持することができ，それを含む鉱石は宇宙からくるモノポールを長期間受け蓄積したはずで，その蓄積されたモノポールを探せば，長期間の効果が利用でき効率の良い探索ができると考えた．彼等は控えめに，鉱石中に 300 年間は蓄積されたと仮定した．

古い鉱石中のモノポールを強磁場で引き出し，**原子核乾板**で観測した．しかし，見つからなかったので，上の結果を得た．

後藤は，かつて，東京大学の中庭に砂鉄の山を積んで実験の準備をしていた．私は，たまたま 4 年生の卒業研究で，後藤/高橋研究室に配属され，後藤先生にモノポールが作る空気シャワー（宇宙線粒子が大気中を通過するときにできる，シャワーのように大量の電子・陽電子の発生）の計算をテーマとしてはどうか，と言われた．当時，高エネルギーの宇宙線の起源は，銀河磁場で加速されたモノポールかもしれない，という説もあったらしい．当時私は宇宙線という言葉も知らないほど知識に乏しく，このテーマはまるで歯が立たないと思い辞退申し上げたことを，今，残念に思い出す．

1975 年に **Price** 等の行った**気球実験**では，モノポールを 1 個観測した！ というニュースが世界を駆け巡った．この実験は 1970 年から 1973 年にかけて，数回，検出器を気球に載せて，上空でモノポールを探索した．検出器は 35 層のレキサンという**プラスティック飛跡検出器**と 3 層の原子核乾板およびチェレンコフ光感光フィルムからなる．観測された多数の宇宙線原子核の飛跡に混ざって，1 つの奇妙な粒子が観測された．そ

れは非常に強い信号と，通過の過程で信号の強さがほぼ一定であるというモノポールの特徴を持っていた．この奇妙な粒子は，磁荷 $n = 2$，速度 $\beta \approx 0.5$ のモノポールらしいと報告された．

この観測装置は，厚さが全部で約 1 cm という単純なものなので，数十 m^2 の大面積が可能となり，それを気球で数回飛ばして，感度（面積と時間の積）は $1\,m^2$ year に達した実験である．

この結果は大いに注目され，ディラックも注目した．しかし，その後の詳細な解析で，1978 年には前の結果を取り下げ，磁荷 $n = 2$，速度 $\beta \approx 0.4$ の非常に重いモノポールであることを否定はできない，という消極的な結果に終わった．

加速器で**モノポール**を生成し，探索しようとする実験は，新しい加速器が建設される度に，必ずと言ってよいほどすべての加速器で行われた．

しかし厄介なことに，加速器による**モノポールの生成率は計算ができていない**．荷電粒子とモノポールとの間の電磁気力が強いため，摂動論という計算の常套手段が使えないためである．そこで，加速器の実験結果は単に生成率（生成断面積）の上限を与えるか，あるいは特殊な仮定で断面積を推定し，質量の下限を求めた．

例えば，1973 年には，米国 **FNAL** 研究所の陽子加速器で探索が行われた．陽子を 300 GeV に加速して鉄の標的に照射し，回収した鉄の標的から，生成され蓄積されたモノポールを強磁場で引き出す．質量が比較的小さいと仮定すれば，作られたモノポールの速度は速いので信号は十分強く，**シンチレーション検出器**で捕らえられると考える．その結果，質量が 12 GeV 以下のモノポールに対し生成断面積の上限 $\sigma < 6 \times 10^{-42}\,\mathrm{cm}^2$ が得られた．同様に，他の加速器でも，例えば 1978 年にはスイス CERN 研究所の **ISR** 加速器，1988 年には日本の高エネルギー物理学研究所の **TRISTAN** 加速器，その他，多くの加速器で探索されたが，発見できなかった．

これは最近の話であるが，**Tevatron** 加速器（米国 FNAL 研究所）で探索実験が行われた．Tevatron は陽子と反陽子をそれぞれ約 980 GeV に加速して正面衝突させる加速器である．2006 年，モノポールを直接，実験装置のシンチレーション検出器で探索する実験が行われ，2004 年には，モノポールが装置周辺の物質に捕獲されていると仮定して周辺の物質を細かく裁断して**超伝導のリング**（後述）で観測し探索した．いずれも，モノポールを発見できなかったことから，生成断面積の上限として，前者は $0.2 \times 10^{-36}\mathrm{cm}^2$ を，後者もほぼ同様な結果を得た．

モノポールの生成断面積として単純な仮定をすると，この実験からモノポールの質量の下限として数百 GeV が得られた．モノポールが真空の**弱い相互作用のスケール**での相転移（後述）に起因して存在するか，の問いに答えようとする実験である．

4. 大統一理論のモノポール ——電荷が量子化されれば存在する

ディラック以後，モノポール理論の最大の進歩は，**モノポールは**ソリトンであるという発見だろう．1974 年，**'t Hooft**[3] と **Polyakov**[4] は，場の理論の解として，ソリトン（エネルギーが狭い領域に局在している波）が存在し，それがモノポールと解釈できることを発見した．

真空が相転移を起こし，モノポールが生まれるのだが，場の幾何学が深く関係している[5]．この理論は大統一理論に拡張された．大統一理論とは，電磁気力，強い力，弱い力の 3 つの力を統一する素粒子の統一理論である．その具体的な形は確定していないが，このような理論の存在は多くの研究者が信じている．粗雑に言えば，「電荷の量子化」を導けるような**大統一理論にはモノポールが存在する**ことになった[6]．ディラックは，モノポールがあれば「電荷の量子化」が証明されることを示したが，言わば，その逆も成り立つのである．

5. 大統一理論のモノポールを求めて

大統一理論によって，モノポールが存在する理由が補強され，また，モノポールを観測できれば，大統一理論の検証になり，全く新しい物理が開ける重要性から，モノポール探索が以前に増して盛んになった．

大統一理論のモノポールは大変に重い．最も単純で魅力のある超対称 $SU(5)$ 模型では陽子の約 5×10^{17} 倍の重さが予想されるが，大統一理論の模型は多様なため，陽子の 10^9–10^{20} 倍まで実に様々な模型があり[7]，あるいは，空間に 3 次元以外の余分な次元があれば，陽子の 10^5 倍くらいもあり得るという予想もある[8]．

宇宙のモノポールは**銀河磁場**で**加速**され，質量が陽子の 10^9 倍以下なら，光速に近くなる．しかし質量が

陽子の 10^{16} 倍より重い場合には，光速度の 1/1000 あるいは 1/10000 の遅い速度にしかならない．そして，もし質量が陽子の 10^{18} 倍より重い場合には，銀河磁場の力よりも**銀河の重力**のほうが強く働き，銀河内の星のように典型的には光速度の約 1/1000 になると考えられる．モノポールの速度が光速度の 1/100 より遅いと，電離する力が弱まり，検出器の**信号が弱すぎる可能性**が生じ，工夫が要る．

速度に依存せず確実な方法として，電磁誘導の方法が考えられた．もしモノポールが**超伝導のリング**を通過すれば，磁荷の運動で誘導された起電力でリングに**永久電流**が流れる．この微小な電流を squid 装置で測定する，という確実な方法である．

この方法を大変有名にしたのは **Cabrera** の実験だった．1982 年 2 月 14 日，バレンタインの日に，モノポールの候補が観測された！ しかし，この実験では，超伝導リングを 1 つしか使わず，偶然のノイズであった可能性を否定できなかった．その後，リングを 3 つ以上にし，確実性を二重以上に増した実験では，装置の有効面積を数百倍増やしたのに，新たには見つからなかった．このことから，1982 年の出来事はノイズだったと考えられ，Cabrera 等は改善した装置で 1985 年に宇宙から来るモノポールの上限を $7.2 \times 10^{-13}/\mathrm{cm}^2\,\mathrm{sec}$ とした．この方法は確実だが，装置を余り大きくはできない．

この電磁誘導の方法は上に述べた Tevatron の実験（2004 年）でも使われている．また，**渡辺正**と**戎健男**は，モノポールが鉄鉱石中の強磁性体に保持されると仮定し，神戸製鋼の焼結炉の下で，鉄鉱石が高温になり強磁性でなくなってモノポールが地球重力で落下するのを超伝導リングで待ち受ける探索実験をした．観測されなかったことから，1987 年，鉄鉱石中のモノポールの上限，2.2×10^{-7}monopoles/gram を得た．

モノポールの速度が，原子の中の電子の速さ（光速の約 1/100）より遅いと，電子を電離することは困難になる．そこで，直接の電離ではなく，まず電子を「励起」し（**Drell 効果**），その励起エネルギーで別の分子を電離する方法（Penning 効果）が考えられた．1984 年**梶野文義**等は東大宇宙線研究所でこのような探索を最初に行い，モノポール強度の上限として $7.2 \times 10^{-13}/\mathrm{cm}^2\,\mathrm{sec}$ を得た．さらに，1986 年に原忠生等はその 1/6 に上限を改善し，2002 年にイタリアの Grann Sasso 地下施設の **MACRO** 実験はさらに 2 桁以上改善した．

また，プラスティック**飛跡検出器**は上述の Price の実験でも用いられたが，これは，遅いモノポールにも有効と考えられている．電離だけでなく，電子の励起や原子核の電磁気的散乱も信号に寄与するからである．神岡鉱山地下で**折戸周治**等が行った大面積のプラスティック CR39 を用いた実験は，1991 年，$3.2 \times 10^{-16}\mathrm{cm}^{-2}\,\mathrm{sec}^{-1}$ の上限を得た．これは，**Parker 限界** $10^{-15}\mathrm{cm}^{-2}\,\mathrm{sec}^{-1}$ を初めて超えた実験であった．Parker 限界はモノポールが銀河磁場を消さないためのモノポールの上限である．上述のイタリアの MACRO 実験は，CR39 も含め，数種類の検出器を組み合わせて，上限 $1.4 \times 10^{-16}\mathrm{cm}^{-2}\,\mathrm{sec}^{-1}$ を得た．

また，大統一理論のモノポールは，陽子に衝突して**陽子崩壊を起こす触媒**となる，という興味ある特徴を Rubakov[9]が発見した（**Rubakov 効果**）．したがって，モノポールの通過した飛跡に沿って複数の陽子崩壊が発生する．もし，モノポールを 1 個水に入れるとこの効果で数ワットの発熱をする！ この Rubakov 効果を利用したモノポール探索も行われている．この過程は陽子標的に対して反応断面積は $1/\beta^2$ に比例する[10]ため，低速度で効率良く起こる．1985 年，**Kamiokande** はこの現象を利用した探索実験で，モノポールの上限として $2.5 \times 10^{-15}/\mathrm{cm}^2\,\mathrm{sec}$ を得た．1983–1994 年に米国の **IMB** 実験，1996 年にロシアの **Baikal** 湖の実験，2002 年に上記の **MACRO** 実験も，ほぼ同様な結果を得た．

この他，モノポールが陽子の 10^9 倍より軽い場合は，銀河磁場で加速されたモノポールは光速に近くなり，水中あるいは氷中で大量のチェレンコフ光を発する．それを狙ったモノポール探索実験も，BAIKAL 湖実験や南極の地下の氷を使った AMANDA 実験で試みられ，さらに，将来の南極氷原の地下の巨大な氷の装置 IceCube 実験でも行われるだろう．

このような実験的な探索に並行して，理論的にもモノポールの効果を探索する考察が行われている．例えば上にも述べた Parker 限界もその一つであるが，また，木星に蓄積したモノポールが Rubakov 効果で陽子を崩壊させ木星を熱くする**木星の熱**の発生の上限から約 $6 \times 10^{-24}/\mathrm{cm}^2\,\mathrm{sec}$ が得られる[11]．また中性子星にモノポールが蓄積され**中性子星の磁場**を消さない条件，あるいは，中性子星をその中のモノポールが Rubakov 効果により暖め，**中性子星**から **X 線**の放射をする上限からも，同様な上限が得られる．これらの理論的上限は，がっかりするほど厳しいが，宇宙理論や素粒子物理における仮定に依存することは注意する必要がある．

6. 終わりに

モノポールは大変な努力でも発見されていないが，見つからない理由を明白に説明したのがインフレーション理論である．宇宙の真空がエネルギーの最低状態になく励起状態にあると，宇宙は指数的に急速な膨脹をする．この急速な膨脹は，宇宙の均一性を説明するために必要であり，1881 年，Guth[12]，佐藤勝彦[13]，その他の人々によって論じられた．

大統一理論のモノポールは少なくても良いことが判った．しかし，インフレーション理論には不定性があり，また素粒子の模型は未完成のため実に多様であり，モノポールは少ないが見つかっても良い，という考え方や[7]，質量は軽いという考え方もあり，素粒子理論も不定性が多い．実験の高熱は冷めたが，モノポールの魅力は消えないので，今後は平熱の探索実験を誘うだろう．そして，並行してモノポールの理論は多方面に発展してゆくだろう．

参考文献

1) P.A.M. Dirac, *Proc. R. Soc. London* **133**, p.60 (1931).
2) 実験の文献は，2000 年以前は，G. Giacomelli 等の "Monopole bibliography", hep-ex/0005041 (2000) に詳しい．それ以降は，例えば，G. Giacomelli 等の，hep-ex/0506014 (2005), 及び最近の Tevatron の実験は A. Abulencia *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **96**, p.201801 (2006) を参照されたい．
3) G.'t Hooft, *Nucl. Phys.* **B29**, p.276 (1974).
4) A.M. Polyakov, *JETP Lett.* **20**, p.194 (1974).
5) J. Arafune, P.G.O. Freund and C.J. Goebel, *J. Math. Phys.* **16**, p.433 (1975).
6) 文献は略すが，大統一理論の群が単連結であれば十分である．
7) S. Dar, Q. Shafi, A. Sil, *Phys. Rev.* **D74**, p.035013 (2006).
8) E. Witten, hep-th/0212247.
9) V.A. Rubakov, *Pis'ma Zh. Eksp. Teor. Fiz.* **33**, p.658 (1981).
10) J. Arafune and M. Fukugita, *Phys. Rev. Lett.* **50**, p.901 (1983).
11) J. Arafune, M. Fukugita, S. Yanagita, *Phys. Rev.* **D32**, p.2586 (1985).
12) A.H. Guth, *Phys. Rev.* **D23**, p.347 (1981).
13) K. Sato, *Phys. Lett.* **B99**, p.66 (1981); M.B. Einhorn and K. Sato, *Nucl. Phys.* **B180**, p.385 (1981).

（あらふね・じろう，大学評価・学位授与機構）

アクシオンは存在するか



山口　昌弘

1. はじめに

強い相互作用は，$SU(3)$ という非可換ゲージ群をもつゲージ理論によって記述される．非可換ゲージ理論はインスタントンという非摂動的な配位をもち，その真空は豊かな構造をもつが，一方で強い相互作用における CP 対称性の破れの問題という深刻な困難を引き起こす．アクシオン (axion) は強い相互作用の CP 問題を解決する有力な仮説に登場する粒子で，その存在が期待される．本稿では，強い相互作用の CP 問題とアクシオンについて概説したい．

2. 電磁相互作用における CP 保存

強い相互作用について議論する前に，電磁相互作用において CP 対称性が破れるか否か，少し詳しく見ておこう．相対論的な記法を用いることとし $x^\mu = (x^0, x^1, x^2, x^3)$ を 4 次元時空の座標（添字 0 は時間方向，1，2，3 は空間方向を表す）とし，$A^\mu = (A^0, A^1, A^2, A^3)$ を 4 元の電磁場ポテンシャルとする．電磁場の強さは，これらを用いて

$$F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu \tag{1}$$

と書き表せる．ただし，∂_μ は座標 x^μ での偏微分 $\partial/\partial x^\mu$ を表す．$F_{\mu\nu}$ のうち F_{0i} $(i = 1,2,3)$ 成分は電場 E_i に対応し，F_{jk} 成分は磁場 B_i に対応する．この電磁場の強さ $F_{\mu\nu}$ を用いて，電磁場の作用は，

$$\begin{aligned} S_{\mathrm{EM}} &= -\frac{1}{4}\int d^4x F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} \\ &= \frac{1}{2}\int d^4x(\vec{E}^2 - \vec{B}^2) \end{aligned} \tag{2}$$

と書ける．この作用の変分をとることにより，よく知られた真空中の Maxwell 方程式 $\partial_\mu F^{\mu\nu} = 0$ が得られる．

このように作用 (2) が電磁場の作用であることはよく知られた事実だが，これに次のような項を加えてもよさそうに見える：

$$\int d^4x F^{\mu\nu}\tilde{F}_{\mu\nu} = 4\int d^4x \vec{E}\cdot\vec{B}. \tag{3}$$

ここで $\tilde{F}_{\mu\nu}$ は（電場と磁場が入れ替わった）双対な場の強さで，4 次元の完全反対称テンソルを $\epsilon_{\mu\nu\lambda\rho}$ として，$\tilde{F}_{\mu\nu} = 1/2\epsilon_{\mu\nu\lambda\rho}F^{\lambda\rho}$ で定義される．式 (3) で与えられる項の特徴は何であろうか．まず，電場や磁場そのものがゲージ変換（$A_\mu \to A_\mu + \partial_\mu\alpha(x)$）によって変わらないゲージ不変な量なので，それから作られた式 (3) もゲージ不変な量である．一方パリティ変換（空間反転）P に対しては，電場と磁場で偶奇性が異なるため (P: $\vec{E} \to -\vec{E}, \vec{B} \to \vec{B}$)，式 (3) はパリティ変換で奇，すなわち符号が反転し不変ではない．一方，式 (2) のほうはパリティ変換の下で不変である．素粒子の世界ではパリティは弱い相互作用において大きく破れている．しかし，荷電共役 (charge conjugation) 変換 C，すなわち電荷の符号を反転させるような変換，とパリティ変換を組み合わせた CP 変換はかなり良い対称性でその破れの度合は小さい．したがって，P 変換ではなく CP 変換についてしばしば注目する．電磁場 A_μ が CP 変換で符号はひっくり返ることに注意すると，式 (2) は CP 変換で不変であるのに対して，式 (3) は CP 変換で符号を変えてしまうことがわかる．

それでは，式 (3) まで考慮すると，電磁相互作用において CP 対称性は破れてしまうのだろうか？ 答えは否である．実は，式 (3) は全微分の形に書けてしまい，表面項からの寄与がなければここからの寄与がゼロに

なる．実際，$\epsilon_{\mu\nu\lambda\rho}$ の反対称性に着目すると式 (3) は，

$$\int d^4x\epsilon^{\mu\nu\lambda\rho}\partial_\mu\left(A_\nu F_{\lambda\rho}\right) \tag{4}$$

と書けるが，さらに表面項からの寄与がないことは数学的に示すことができ，したがって，一見 CP 対称性を破るように見える式 (3) は電磁場の場合は恒等的にゼロになり，CP 対称性は破れないことが言える．

3. 強い相互作用の CP 問題

ここで本題に戻って，強い相互作用での CP の破れの問題を議論しよう．1970 年代の前半に強い相互作用は場の量子論，しかも $SU(3)$ をゲージ対称性としてもつゲージ理論によって記述されることが分かった（量子色力学，QCD）*1)．$SU(3)$ は 3×3 の（行列式が 1 の）複素ユニタリ行列のなす群であり，群の要素の積が交換しない非可換群である．量子色力学では，$SU(3)$ に値をもつグルーオンと呼ばれるゲージ場 $A_\mu(x)$ が相互作用に関わる基本的な場である（群の言葉に不慣れな読者は A_μ が 3×3 の行列になっていると考えればよい）．電磁気学の場合と同様に A_μ を用いて場の強さ $F_{\mu\nu}$ は $F_{\mu\nu}=\partial_\mu A_\nu-\partial_\nu A_\mu+g_s[A_\mu,A_\nu]$（$g_s$ は強い相互作用のゲージ結合定数で相互作用の強さを表す）と定義され，作用も

$$S_{\rm strong} = -\frac{1}{4}\int d^4x\ {\rm tr}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} \tag{5}$$

で書かれる．ただし，ゲージ場と同様に場の強さ $F_{\mu\nu}$ も $SU(3)$ に値をとるため，行列のトレースをとる必要がある．

さて，この場合の CP を破るような作用

$$S^\theta_{\rm strong} = \frac{\theta g_s^2}{16\pi^2}\int d^4x\ {\rm tr}F_{\mu\nu}\tilde{F}^{\mu\nu} \tag{6}$$

はどうなるのだろう．この式の中で，無次元のパラメータとして θ を導入した．電磁気学のときと同様に，式 (6) は全微分の形で表される．ところが今度の場合は，表面項からの寄与が無視できない．表面項は，（無限大の大きさをもった）3 次元の球面から $SU(3)$ 空間への写像と考えることができるが，$SU(3)$ の 3 次のホモトピー群 $\pi_3(SU(3))$ がゼロでないため，自明でないホモトピー類に属するゲージ場の配位は，ゼロでない寄与を与える．実際 $\pi_3(SU(3))=Z$（= 整数全体の集合）のため，この寄与は整数で分類されることになる．一方，電磁力学は $U(1)$ ゲージ群をもつ．$U(1)$ 空間は 1 次元の円 S^1 と同じであるが，この場合のホモトピー群は $\pi_3(U(1))=\pi_3(S^1)=0$ なので，式 (3) は常にゼロになってしまう．

式 (6) の起源は，ゲージ理論の真空構造にある．ゲージ理論の基底状態すなわち真空は，$\pi_3(SU(3))=Z$ であることから，巻きつき数と呼ばれるトポロジカルな電荷で分類される．そして，インスタントンというゲージ場の配位が，異なる巻きつき数をもつ真空どうしの遷移を引き起こす．したがって，ゲージ理論の真空は，異なる巻きつき数をもった基底状態の適当な重ね合わせとなり，これを θ 真空と呼ぶ．θ 真空の下での遷移振幅を考えると，その効果は有効的に式 (6) で表される．

実際には，QCD では，ゲージ場だけではなくクォークというフェルミオン場が存在する．物理的に意味をもつ CP 非保存を表すパラメータは θ ではなく，

$$\bar{\theta} = \theta + \arg\det M \tag{7}$$

である．ここで，M はクォークの質量行列で $\arg\det M$ は M の行列式の位相である．このような項が現れるのは，クォークの質量を実の量にするのに chiral 変換を行うがその際，chiral anomaly によって，(6) に位相因子である $\arg\det M$ が誘起されるためである．

さて，ゼロでない $\bar{\theta}$ があると，様々な CP 非保存量に寄与する．とりわけ重要なのは，中性子の電気双極子モーメントという CP 対称性を破っている量で，実験的には上限値のみが分かっている．$\bar{\theta}$ があると電気双極子モーメントが誘起されるが，この寄与が実験の上限値を越えないという条件から $\bar{\theta}\lesssim10^{-9}$ という非常に厳しい制限を得る．理論的には $\bar{\theta}$ は 1 のオーダーであるのが自然だと考えられるので，これが 9 桁も小さい値でなければならないというのは，非常に深刻な問題であると考えられる．この強い相互作用における CP 問題のことを「強い CP 問題」（strong CP problem）と呼ぶ．

4. アクシオン解

強い CP 問題の解として，これまでに以下の 3 つの考え方が提唱されている：

*1) ここではゲージ理論について詳細に解説することはできない．興味ある読者は例えば文献 1) などの場の量子論の教科書を読まれたい．

1. 質量がゼロのクォーク
2. アクシオン解
3. 自発的な CP 対称性の破れ

それぞれについて簡単に解説しよう．1. では，もし質量がゼロのクォークがあったとすると，そのクォークの chiral 変換によって，θ 項をゼロにすることができる．実質的にはアップ・クォークが最も軽いクォークなので，その質量がゼロになれば良いのだが，カイラル摂動論や最近の格子ゲージ理論の解析によると，この可能性は考えにくい．3. では，基本理論では CP は良い対称性であることを仮定し，θ が小さい理由をそこに求める．しかし，物理的に意味のある CP の破れを示すパラメータは $\bar{\theta}$ であり，$\det M$ が実数になることを同時に示さなければならない．知られているクォークの質量行列は，小林・益川の位相を含むため虚数を含む複素数になっている．したがって，この考え方がうまく行くにはクォークセクターを拡張しなければならないが，このような模型は複雑になり多くの場合自然には見えない．そうしたこともあって，2. のアクシオン解が最も受け入れられていると言えよう．

アクシオンは擬スカラー場で，ゲージ場（グルーオン）に特別な形で結合している．$\bar{\theta}$ に比例する項とまとめて書くと，相互作用を表す作用は

$$\frac{g_s^2}{16\pi^2}\left(\bar{\theta}-\frac{a(x)}{f_{\rm PQ}}\right)\int d^4x\ {\rm tr}F_{\mu\nu}\tilde{F}^{\mu\nu} \tag{8}$$

と書ける．ここで，$a(x)$ はアクシオン場で，また $f_{\rm PQ}$ は（自然単位系で）エネルギーの次元をもった定数で崩壊定数と呼ばれるものである．式 (8) は CP を破る項の大きさが力学自由度となり，ダイナミクスによって決定されることを意味する．量子色力学の非摂動論的効果によりアクシオン場に対するポテンシャル項が誘起されるが，詳しい計算により CP の破れが消える値，すなわち $a=\bar{\theta}f_{\rm PQ}$ がポテンシャルの最小で成り立っていることが示せる．すなわち，アクシオンを導入することにより，ダイナミクスによって強い CP の問題が解決されることになる．

それでは，式 (8) の相互作用の起源，あるいはそもそもアクシオン場の起源は何であろうか？ アクシオンは，ある大域的な $U(1)$ 対称性が自発的に破れたときに現れる南部・ゴールドストーン粒子である．さらに，式 (8) の中に現れるゲージ場との相互作用は，この大域的な $U(1)$ 対称性が量子論的な影響で若干破れる（これを量子異常と言う）ために生じるものである．本来南部・ゴールドストーン粒子は質量をもたないが，今の場合は量子異常により対称性が破れてしまうために，小さな質量やポテンシャル項が現れる．また，$f_{\rm PQ}$ は，$U(1)$ の自発的対称性の破れのエネルギースケールに関係する量である．

こうした大域的な $U(1)$ 対称性に基づく強い CP 問題の解は，Peccei と Quinn[2)] によって提案されたものであるが，彼らが考えた模型では，$f_{\rm PQ}$ が電弱相互作用の破れのスケール，すなわち 100 GeV のオーダーのものであった．彼らは電弱対称性を破るヒッグス場を 2 つ導入しこのセクターに $U(1)$ の対称性がある模型を考えた．このような $f_{\rm PQ}$ が低いエネルギースケールの場合は，実験的にアクシオンを作り出すことが可能であるが，アクシオン探索実験の否定的な結果から，$f_{\rm PQ}\sim 100\,{\rm GeV}$ のアクシオンの可能性は実験的に排除された．この Peccei と Quinn のアイデアを救う手だてとしては，$U(1)$ 対称性の破れのスケールを電弱スケールよりもはるかに高いエネルギースケールにすることがある．アクシオンの相互作用の強さは $f_{\rm PQ}$ に反比例しているので，$f_{\rm PQ}$ を大きくすれば相互作用が弱くなり，実験的制限を逃れることができる．これを実現するような模型はいくつかのグループによって提唱されているが，大別して KSVZ アクシオン模型と DFSZ アクシオン模型とがある．これらは提唱者たちの頭文字をとって名付けられたものであるが，前者は Peccei–Quinn 電荷（上で導入した $U(1)$ に関する電荷）をもつ新たな重いクォークを導入し，また後者の模型では，新たなクォークを導入する必要はないがヒッグスセクターが拡張され既存のクォーク・レプトンが Peccei–Quinn 電荷をもつ．

KSVZ アクシオン，DFSZ アクシオンともに，厳しい天体物理学的・宇宙論的な制限を受ける．アクシオンの存在は天体の進化に影響を与え得る．最も厳しい天体物理学的な制限は超新星の冷却から得られ，$f_{\rm PQ}$ が大体 10^{10} GeV より小さい場合は排除される．一方アクシオンは擬スカラー場なのでそのゼロモードが調和振動子のように振動していると考えられる．この振動エネルギーが観測からわかっている宇宙全体のエネルギーより大きくならないという要請から $f_{\rm PQ}$ がおおよそ 10^{12} GeV より小さい場合のみが許される．面白いことに $f_{\rm PQ}\sim 10^{12}$ GeV のときには，このアクシオンが宇宙の暗黒物質になる可能性がある．いずれにしても $f_{\rm PQ}\sim 10^{10}-10^{12}$ GeV の領域は，天体物理・宇宙論から許されている領域である．

5. アクシオン解は自然か

アクシオン解の特徴は，大域的な $U(1)$ 対称性と中間エネルギースケールでの破れである．こうした要請は理論的に自然なのだろうか？ 大域的な対称性は，局所的な対称性であるゲージ対称性とは異なり偶然的なものとみなされる．このように考えるとこの $U(1)$ 対称性は近似の度合いを上げていくとどこかで破れていると考えるのが自然かもしれない．$U(1)$ 対称性が破れるとそこからアクシオンのポテンシャル項が生じてしまう．もしこれが量子色力学の非摂動論的効果により誘起されるポテンシャルよりも大きかったとすると，ポテンシャルの最小値は $U(1)$ 対称性の露わな破れからくるポテンシャルによって決まってしまい，強い CP 問題を解くことができなくなってしまう．これを防ぐには非常によい精度で $U(1)$ 対称性が成り立たなくてはならないが，これに懐疑的な研究者も多い．

一方，重力を含む統一理論の有力候補と目される超弦理論には，アクシオン解が存在するだろうか？ 時空が 10 次元のとき超弦理論には 2 階の反対称テンソル場が質量ゼロのスペクトルに存在する．このうち 6 次元分は小さな空間に丸まってしまうと考えられるが，2 階の反対称テンソル場のうち内部空間に足を持っているものは 4 次元時空ではスカラー場と見なせる．このスカラー場の相互作用を詳しく眺めてみると，式 (8) のような相互作用をもつことが分かる．ただし，超弦理論における基本的なスケールがプランクスケール 10^{18}GeV の近くにあるとすると，f_{PQ} は 10^{16}GeV となることが示せ，アクシオンの宇宙論的な制限を超えてしまう．最近適当なブレーン配位をもつような超弦理論では崩壊定数がこれよりずっと小さくなり得ることが指摘されている．興味ある読者は直接文献 3) に当たられたい．

6. おわりに

アクシオン解は，強い CP 問題という場の量子論では不可避の問題の最も有力な解であり，その意味でアクシオンは「存在すべき」ものである．一方で理論的には非常に精度の高い大域的対称性，プランクスケールでもない電弱スケールでもない中間スケールでの自発的対称性の破れを要請し，その存在には懐疑的な向きもあることを述べた．アクシオンを実験的に探索しようという実験も進められている*2)．もしアクシオンの存在が実験的に確かめられれば，極微の世界の物理法則について大きな示唆を与えてくれるだろうと期待して筆をおく．

*2) アクシオンの探索実験については，例えば文献 4) に良いレビューが載っている．

参考文献

1) 九後汰一郎『ゲージ場の量子論 I, II』(培風館).
2) R.D. Peccei and H. Quinn, *Phys. Rev. Lett.* **38** (1977) 1440.
3) P. Svrcek and E. Witten, *JHEP* **0606** (2006) 051 (hep-th/0605206).
4) Particle Data Group, The Review of Particle Physics (http://pdg.lbl.gov).

(やまぐち・まさひろ，東北大学大学院理学研究科)

現代物理のための解析力学

早田次郎著，B5 判，200 頁，本体 1857 円，サイエンス社



解析力学にはこれまで多くの教科書が出版されてきたが，現代物理学への応用にページの大半を割いているものはさほど多くないであろう．本書では標準的な解析力学の教科書に当たる部分は前半の半分に留め，後半はもっぱら量子力学，特殊相対論，スカラー場，電磁場，重力（一般相対論）への応用に当てられている．この応用部分は著者自身が日頃の研究活動で頻繁に用いている内容でもあり，実践向きの体裁をなしている．表記なども最前線の研究者の目から見ても安心して読めるであろう．標準的な解析力学の教科書を一度読んだことのある方，あるいは修士課程の大学院生にお勧めの一冊である．

世界で広く読まれている解析力学の教科書の一つにランダウ＝リフシッツ『力学』(東京図書）が挙げられる．冒頭から最小作用の原理から始まる．スカラー関数であるラグランジアンが導入され，それを時間積分することで作用関数が定義され，変分原理へと続く．この時点でラグランジアンの具体形は全く与えられていない．ラグランジアンは興味のある系の持つ対称性から決まるというのである．すなわち対称性を指導原理とするのである．初めて読む学生にとって戸惑いを禁じ得ないであろうが，極めて現代的である．例えば，自由な質点のラグランジアンはガリレイ変換に対する不変性から決まる．しかし，例えば電磁場の波動方程式ですらガリレイ変換の下で不変でない．不満が残るであろう．またNewton力学一つ取ってみてもガリレイ変換以外の変換に対して運動方程式は不変ではない．無論，この不満はランダウ＝リフシッツシリーズの『場の古典論』(東京図書）などを読み進めていくことで解消され，その頂からの理論物理学全体の見晴らしは実に素晴らしいことに気が付く．しかし，読破への道程は幾分険しい．ただし，この「不満」は理論家特有のものかもしれない．

解析力学に対する「不満」はまだある．現代物理学の柱の一つである量子力学への使い道である．多くの方にとっては量子力学のための解析力学という位置づけであろう．したがって，解析力学と同時並行で量子力学を習得するのが良い動機付けとなって，解析力学習得に意欲が増すであろう．しかし現状はそうなっていない．量子力学まで我慢する，と言い聞かせるしかない．無論，解析力学自体興味深く崇高な体系ではあるのだが….

本書では，「険しい道程」の「抜け道」と「不満の解消」を読者に提供している．冒頭にNewton力学の「不満」に触れ，ラグランジアンのメリット，すなわち座標に依存しない事実を強調している．そのため例えば物理量を表すベクトルが座標に依存しないことを強調している．その後で標準的な解析力学の解説を行っている．部分的に微分形式，シンプレクティック形式という解析力学にフィットした数学的道具を導入し，それらを用いた解析力学の簡潔な表現の紹介を行っている．これらの数学的道具の解説自体も具体的で丁寧である．力学での「不満」は，まずガリレイ変換からローレンツ変換（特殊相対論（5 章)，スカラー場（6 章)，電磁場（7 章)），そして一般座標変換（一般相対論（8 章)）へ進むことで解消される．実に気持ちのいい展開である．また，3 章で早々と量子力学が入り，各章でラグランジュ形式，ハミルトン形式，量子化の手順が具体的に書かれている．解析力学のもう一つの「不満」が解消されるであろう．

上で挙げられたような変換に対する対称性はゲージ対称性と呼ばれている．一般座標変換も「ゲージ変換」の一種である．ゲージの選び方は自由であるために，適当にこちらで選ばなければいけない．この選択の自由は，実は元々あった変数すべてが物理的に意味のあるものではないということを意味している．対称性によって拘束条件が理論に内包されているのである．このような系に対する系統的な手法が 4 章の特異系の正準形式である．本書では読者が不安になるぐらい極めて簡単な例で慣らした後に一般の場合の説明が行われている．本質は簡単な例で尽きるとあるが，続く章の様々なゲージ場に対する統一的な理解を得るためには，一度は一般論を理解しておく必要があるように思う．

白 水 徹 也（東京工業大学大学院理工学研究科）

伊藤清先生ガウス賞受賞に寄せて

高 橋　陽 一 郎

国際数学連合 (IMU) およびドイツ数学会 (DMV) は，数学の応用に対する Carl Friedrich Gauss 賞を，確率微分方程式論と確率解析の創始者である伊藤清博士に授与する．

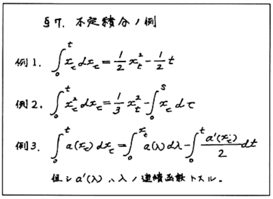
伊藤博士の業績は 20 世紀における主要な数学的革新のひとつであり，数学外に広範な応用を獲得したものである．伊藤解析は，工学（例えば，ノイズのある場合のフィルタリング・安定性・制御），物理学（例えば，乱流，共形場理論），生物学（例えば，集団遺伝学）などにおいて必須の道具となるとともに，現在ではオプション価格を始めとして経済学およびファイナンスにおいてもとりわけ重要なものとなっている．

マドリードにて，2006 年 8 月 22 日
IMU 総裁　Sir John Ball
DMV 総裁　Günter M. Ziegler

このガウス賞とは，4 年に一度の国際数学者会議において，数学外への意義深い実践的応用が認められる傑出した数学的貢献あるいは数学外の分野への数学的方法の応用をもたらした革新的な業績（例えばモデル化や計画の新たな手法，アルゴリズムの改良）に対して授与される賞であり，今回がその第 1 回の授賞でした．ガウス賞のメダルがスペイン国王から代理出席されたご家族に手渡された模様はネット上で見ることができます．また，IMU 総裁 Ball 卿は直々に手渡ししたいとのご意向で来日され，今年 9 月 14 日に伝達，京大において記念行事・講演会が開催されました．なお，伊藤先生は三重県桑名市のお生れで，今年 9 月で 91 歳になられました．また，フィールズ賞受賞者の故小平邦彦先生とは東大での同期生でした．

確率という言葉は天気予報など日常生活でも使っており，偶然性に関しての哲学的な議論については遠く古典ギリシャ時代にも遡れます．しかし，確率の数学的な取扱いの歴史は比較的新しく，1654 年に賭金の公平な分配に関するパスカルとフェルマの往復書簡に始まり，19 世紀始め，ラプラスの『確率の解析的方法』において（現在高校で習うような）古典的な確率論は完成したとされています．その後，一方で，バシュリエによる株価変動モデル構築の試みやアインシュタインのブラウン運動の研究などを経て，他方で，ルベーグ積分論などの解析学の発展を踏まえて，現代確率論は，ちょうど伊藤先生の誕生された前後に産声を上げ，1930 年代にコルモゴロフや N. ウィーナー，P. レヴィたちによりその基礎が築かれます．それはまた，カントールやボルツマンなどの苦悩を経て，バナッハやシュタインハウスなどのポーランド学派の人々に象徴されるように，「数学が無限を掌中に収め始めた」時期でした．

さて，第 2 次世界大戦直前のため海外からの最新情報の入手も困難な時代に，伊藤先生は確率論の研究を志し，入手済のいくつかの文献を糧として数学的な本質を徹底して追究され，1942 年に確率微分方程式の概念に到達，伊藤の公式（経済学では「伊藤の定理」）も導出されました（図 1）．これは画期的な事件であり，それまでは各時刻毎に定まる「確率分布の系列」を偏微分方程式（特に拡散方程式）などを用いて調べることしかできなかったものが，確率微分方程式の誕生により，ランダムな粒子の運動そのものを直接追跡することが可能になりました．「見本路（sample path）の解析」が可能となったわけです．さらに，不規則現象における時間発展のほとんどすべては確率微分方程式で記述でき，簡単なモデル方程式ならば，伊藤の公式から解



§7. 不定積分ノ例

例1. $\int_0^t x_\tau dx_\tau = \frac{1}{2} x_t^2 - \frac{1}{2} t$

例2. $\int_0^t x_\tau^2 dx_\tau = \frac{1}{3} x_t^2 - \int_0^s x_\tau d\tau$

例3. $\int_0^t a(x_\tau) dx_\tau = \int_0^{x_t} a(\lambda) d\lambda - \int_0^t \frac{a'(x_\tau)}{2} dt$

但シ $a'(\lambda)$ ハ λ ノ連續函數トスル.

図1 伊藤の公式（確率積分の形）.

やその確率分布を直ちに計算できることになりました.

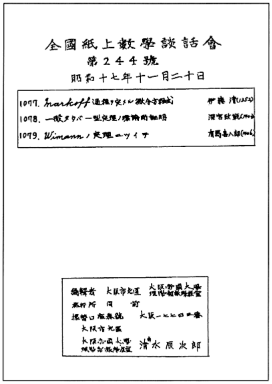
数学的革新が物理学や工学に必須の道具をもたらすことは稀ではありませんが，伊藤解析は公正なオプション価格の決定を始めとして経済学やファイナンスにおいても必須のものとなり，大きな社会的なインパクトをもたらしました．しかしここでは未来志向で，共形場理論についてだけ少し触れます．具体的にいえば，今回のフィールズ賞受賞者の一人である W. Werner が研究している SLE の話であり，フィールズの提唱した授賞の趣意どおり，数学的には未解明の部分も多く，今後大きく発展することが期待できるものです.

SLE は Stochastic Loewner Evolution もしくは Schramm–Loewner Evolution の頭文字で，$\kappa > 0$ をパラメタとする次の常微分方程式で記述されます.

$$\frac{dZ}{dt} = \frac{2}{Z - \sqrt{\kappa}B(t)}, \quad Z(0) = z. \tag{1}$$

ここで，$B(t)$ は（実）1次元ブラウン運動，初期値 z は複素数で，$\mathrm{Im}\, z > 0$ ならば，解 $Z(t)$ は，存在する限り，上半平面を動きます．この方程式が，$\kappa = 8/3$ ならば，自己交差なしの2次元酔歩，$\kappa = 3$ ならば2次元 Ising 模型，$\kappa = 4$ ならば，roughening transition，$\kappa = 6$ ならば2次元パーコレーションにおける臨界場と対応する（であろう）という魅惑的な話です．確率論の専門家ならば，これが確率微分方程式（解の値を複素数に拡張した Bessel 方程式）に帰着されることがすぐにわかると思います.

思えば1942年から今年で既に64年経ち，様々な分野へ応用されるまでには長い時間を要しています．しかし，戦争中で紙の入手も思うに委せなかった時代に，数学者たちがやむを得ず自らガリ版印刷して回覧していた雑誌「全国紙上数学談話会」の244号（昭和17年11月20日発行）（図2）に『Markoff 過程ヲ定メル微分方程式』が掲載されたとき（図3），授賞理由に挙げられたような発展と応用の礎は築かれていました．数学としての本質を追究し切って，ランダムな現象の記述と解析の手段を与えたことが，返って広範で本質的な応用をもたらし続けていることは，少しは数学外の方々と一緒に研究した経験のあるものとして，数学とその応用との関係について深く考えさせせられるものがあります.

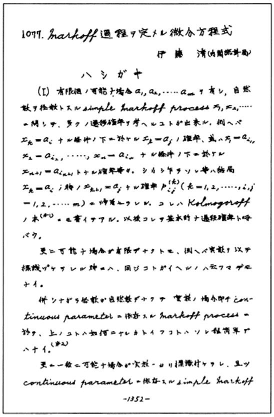


全國紙上數學談話會
第244號
昭和十七年十一月二十日

1077. Markoff 過程ヲ定メル微分方程式 伊藤 清(1352)
1079. Wimann ノ定理ニツイテ

清水辰次郎

図2 表紙.



1077. Markoff 過程ヲ定メル微分方程式

伊藤 清(内閣統計局)

ハシガキ

(I) 有限個ノ可能ナ場合 $a_1, a_2, \cdots a_m$ ヲ有シ，自然数ヲ指数トスル simple Markoff process $x_1, x_2, \cdots$ ニ関シテ，多クノ遷移確率ヲ考ヘルコトガ出来ル．例ヘバ $x_k = a_i$ ナル條件ノ下ニ於ケル $x_l = a_j$ ノ確率，或ハ $x_1 = a_{i_1}, x_2 = a_{i_2}, \cdots, x_n = a_{i_n}$ ナル條件ノ下ニ於ケル $x_{n+1} = a_{i_{n+1}}$ トナル確率等々．シカシ乍ラソレ等ハ結局 $x_k = a_i$ ノ時ノ $x_{k+1} = a_j$ ナル確率 $p_{ij}^{(k)}$ $(k = 1, 2, \cdots; i, j = 1, 2, \cdots m)$ ニ帰着セラレル．コレハ Kolmogoroff ノ本(註1)ニモ書イテアル．以後コレヲ基本的ナ遷移確率ト呼ブ.

更ニ可能ナ場合ガ有限デナクトモ，例ヘバ実数ヲ以テ標識ヅケラレル時ニハ，同ジコトガイヘルノハ云フマデモナイ.

併シナガラ指数ガ自然数デナクテ実数ノ場合即チ continuous parameter ニ依存スル Markoff process ニ於テ，上ノコトハ如何ニナルカトイフコトハソレ程簡単デハナイ.(註2)

更ニ一般ニ可能ナ場合ガ実数ニヨリ標識付ケラレ，且ツ continuous parameter ニ依存スル simple Markoff

-1352-

図3 論文.

（たかはし・よういちろう，京都大学数理解析研究所）

振動子ネットワークの引き込みと体内時計

郡 宏

1. はじめに

この世界には無数の生き物が存在し，それらは多様な「会話」で絶えず交信している．人間のように言葉を交わす種もあれば，食う食われるの関係で互いの種の数を伝え合う場合もある．「会話」によって秩序が生まれ，働き（つまり機能）が作り出される．体を構成する細胞も，一つ一つは非常に小さいものだが，細胞同士の物質のやりとりを通して秩序立ち，体全体に作用する大きな機能を発揮する．同様のことは，生き物以外，例えば分子同士や機械同士の世界に，あるいはコンピュータープログラムやウェブといった仮想的な世界の中にも存在する．ネットワークの科学とは，その対象は広範であるが，結局のところ，物と物との「つながり」とその「会話」の内容を記述し，それがどのような秩序と機能を作り出すのかを明らかにする科学であると言えよう．

本稿では，前回に引き続き，複雑なネットワークで結合する振動子集団の同期現象を取り扱う[*1)]．振動子集団，つまりリズムを持つ個体の集団は，物質や情報のやりとりを通して秩序を形成する．これは一般に，同期現象と呼ばれている．今回は，その同期現象の一種である，周期外力による引き込みに焦点を当てた研究[1,2]を紹介する．ネットワーク構造が引き込みに与える影響と，これと生物との関連を簡潔に解説したい．

2. 周期外力による引き込み現象

取り扱う振動子ネットワークモデルは，図1に示されるように，振動子集団が，複雑なネットワークで結合しており，そのうちの一部が周期外力を受けている系である．周期外力の源を「ペースメーカー」と呼んで，特別な振動子と見なす．前回解

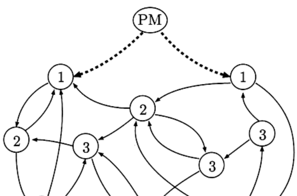


図1　振動子ネットワークの模式図．“PM”はペースメーカーで，図中の数字は4節で定義するペースメーカーからの距離 l_i である．

*1)　今回も，「振動子」は断らない限り「リミットサイクル振動子」，つまり安定な周期解を持つ非線形散逸系の振動子のことを意味する．

説した系（蔵本モデル）には，このような独立したペースメーカーは存在しておらず，これが本質的な差異である．この系は蔵本モデルと異なる同期・非同期転移現象を示す．振動子間の結合強度がある閾値以上であると，振動子すべてがペースメーカーと全く同じ振動数を持つ状態となる．これを「引き込み」(entrainment) と呼ぶ．ここで我々の興味は，この閾値が，ネットワークの「形」(厳密には，トポロジカルな性質) にどのように依存して変化するかにある．

解析に入る前に，ネットワーク振動子の引き込みを解析する動機と応用について説明しよう．ペースメーカーは，空間に広がる振動子集団でその重要な役割が知られてきた．Belousov–Zhabotinsky 系と呼ばれる振動性の化学反応系ではターゲットパターンという同心円状の構造が容易に観測される．これはターゲットの中心部がほこりなどの何らかの触媒作用によって振動数が周囲より高くなっており，これが周囲を引き込むことによって生まれる（「BZ 反応」をインターネットで検索すると，化学反応系のレシピやターゲットパターンの動画を参照できる）．心臓では，洞房結節という部位がペースメーカーになっており，これが心筋細胞集団を引き込んで，心臓が機能する．このような例が古くから知られていたこともあり，空間に広がる振動子集団の引き込み現象はよく調べられてきた[3~5]．

ペースメーカーは，複雑なネットワークで結合する振動子集団にも作用する．重要な例は，脳の神経回路網にある．まずは，前回に引き続き我々の概日リズムである．哺乳類の概日リズムは，視交叉上核という脳内にある時計細胞集団が組織しており，この集団の相互同期が機能の発現に重要であることを前回説明したが，引き込みもまた不可欠な役割を果たしている．概日リズムは，一般に 24 時間周期からずれており（これが「概」日と呼ばれるゆえんだが），例えば人間の場合は，平均的には約 25 時間周期であると言われている．したがって，概日リズムを正常に機能させるには 24 時間周期にする必要がある．つまり，視交叉上核は環境のリズムに引き込まれなくてはならない．また，環境の日周リズムの位相（つまり日の出と日の入りのタイミング）は，季節の変動や現代だと飛行機による長距離移動などによって変化する．この位相の変化にも速やかに適応しなくてはならない．環境の日周リズムの情報は，光によって媒介される．光の情報は視神経を介して視交叉上核に射影しており，明暗の変化が 24 時間周期の外力として時計細胞に作用する．しかし，この射影を受けているのは一部の時計細胞のみで，残りは細胞間結合を経由して間接的に環境の影響を受けている[6]．この状況をモデル化したのが図 1 の系である．概日リズムは振動周期が 24 時間程度と極端に遅い特殊な例だが，神経細胞の発火レベル（数十から数百ミリ秒程度の周期）での引き込みも存在し，運動や情報処理機能，また，パーキンソン病での「震え」といった病的現象と関連があることが知られている[7]．

振動子ネットワークの引き込みは，このように重要な問題であるにも関わらず，近年までほとんど研究されていなかった．この題材を最初に取り扱ったのは，おそらく，ネットワークとして木ネットワークを使った山田裕康氏の研究であろう[8]．木ネットワークはループがないため，解析計算が比較的容易である．一方，本稿で紹介する研究はループのあるネットワークを用いており，ループが引き込みに与える決定的な影響が，最も面白いところである．

3. 単一振動子の引き込み

大規模ネットワーク系に入る前に，最も簡単なケースである，1 振動子に周期外力が作用する系について簡単に解説する．外力の作用の強さを κ で表す．前回紹介した摂動論，いわゆる「位相縮約法」は，周期外力に対しても全く同様に適用でき，κ の 1 次摂動に対し次の運動方程式を得る[4,5,9]．

$$\dot{\phi} = \omega + \kappa f(\phi - \Omega t). \qquad (1)$$

ここで，ϕ は振動子の位相，ω は振動子の固有振

動数，Ω は周期外力の振動数，関数 $f(\phi)$ は ϕ の 2π 周期関数である．位相差 $\psi \equiv \Omega t - \phi$ でこの式を書き換えると

$$\dot{\psi} = \Delta\omega + \kappa f(-\psi) \quad (2)$$

となる．ここで $\Delta\omega \equiv \Omega - \omega$ である．振動数のミスマッチ $\Delta\omega$ が外力の大きさ $(\sim \kappa)$ よりも小さい場合はこの式には，$\dot{\psi} = 0$（つまり $\dot{\phi} = \Omega$）なる安定解が必ず存在する．したがって，振動子は周期外力に引き込まれ，外力の振動数と完全に一致した振動数を持つようになる．なお，単一振動子の引き込みについては，文献 9) の 7 章に詳しいので，興味のある方はそちらも参照して頂きたい．

4. ネットワーク系の数理モデル

図 1 のようなネットワーク系に入ろう．ネットワークのサイズを N とする．振動子の固有振動数はすべて一様に ω であるが，このうちの振動子 $1 < i < N_1$ が振動数 $\Omega \equiv \omega + \Delta\omega$ を持つペースメーカーから直接接続を受けていると仮定する．簡単のため，ペースメーカーの影響が十分強く，直接結合を受ける振動子は完全に引き込まれており，他の振動子からの結合を無視できると仮定する．この状況を，次のようなモデル方程式で記述する．

$$\dot{\phi}_i = \omega + \frac{\kappa}{z}\sum_{j=1}^{N} A_{ij} f(\phi_i - \phi_j) \quad \text{for } i > N_1,$$
$$\phi_i = \Omega t \quad \text{for } i \le N_1. \quad (3)$$

振動子集団内部の結合ネットワークは結合行列 $\boldsymbol{A}$ で与えられ，各要素 A_{ij} は 1 か 0 の値を取る．平均次数 z は各振動子の持つ総入力数の平均である．正の定数 κ は結合の強さを表す．結合関数 f は蔵本モデルと同様に $f(x) = -\sin(x)$ で与える．これは振動子 j から振動子 i に結合があるとき，振動子 i が振動子 j に位相を合わせようとする効果，つまり，引力性の結合を表す．このモデルでは，N_1 個の振動子がペースメーカーとなっているが，便利のため，N_1 個の振動子に影響を与えている仮想的な外力のソース（図 1 参照）のみをペースメーカーと呼ぶ．

モデル (3) は，一般性を失わずに以下のように簡単化できる．まず，回転座標系 $\phi_i' = \phi_i - \omega t$ に移る．さらに，リスケールされた結合強度 $\kappa' = \kappa/\Delta\omega$ と時間 $t' = t\Delta\omega$ を導入する．この変換されたモデルからプライム記号 ($'$) をはずすと，モデル (3) で $\Omega = 1, \omega = 0$ とおいたものと同一になる．以後，これを取り扱う．なお，$\Delta\omega > 0$ を暗に仮定したが，モデルの対称性から，$\Delta\omega < 0$ でも，以下に得られる引き込みの条件は変化しないことが示せる．

系のダイナミクスに入る前に，ネットワーク構造の重要な性質をここでおさえておく．ペースメーカーが存在するため，ネットワークには階層的な構造があり，これは次のように定義できる．まず，振動子 i の距離 l_i を定義する．これはペースメーカーからの最短結合経路のステップ数である（図 1 参照）．まず，直接結合を受ける N_1 個の振動子の距離を 1 とする．次に，距離 1 の振動子から結合を受けている振動子の距離を 2，さらに距離 2 から結合を受けている振動子を距離 3，などと順に定義していく．図 1 の円の中に書いてある数字がこの距離である．最短結合経路で距離を定義しているので，ネットワークのループの存否に関わらず，この定義は一意である．距離 h にある振動子の小集団を第 h 層と呼ぶ．距離の定義に伴って，各結合を次のように分類できる．ある層 h から次の層 $h+1$ への結合を「順方向結合」，ある層 h からそれ以前の層 $k < h$ への結合を「逆方向結合」，同一層内の結合を「層内結合」と呼ぶ．最後に，ネットワークの階層性を特徴づける量として，ネットワークの「深さ」$L \equiv \sum l_i/N$ を定義する．これは，ペースメーカーからネットワーク全体への平均距離である．この量が系の動的な性質に強く関わることが，次に示される．

5. ランダムネットワークでのダイナミクス

まず，最も基礎的で重要なネットワークである，ランダムネットワークを用いる．ランダムネットワークを次のように生成する．まず，接続されていない振動子を N 個用意する（$\boldsymbol{A}=0$）．次に，振動子 j から振動子 i への結合を確率 p で導入する（$A_{ij}=1$）．これをすべての組合せについて行う．すると，1 振動子あたりの平均入力結合数 z はおよそ pN となる．このネットワークは結合が方向性を持つ，いわゆる「有向ネットワーク」(directed network）で，行列 $\boldsymbol{A}$ は一般に非対称行列である．以下，平均結合数 pN はそれなりに大きく，しかし N に比べて十分小さい「疎」なネットワークを用いる．実際のニューラルネットワークも，高い結合数を持ち，かつ疎な，有向ネットワークである．

ネットワークを固定してダイナミクスを見てみよう．ダイナミクスの性質は結合強度によって以下のように変化する．モデルの定義から，第 1 層の振動子は常にペースメーカーに引き込まれている．結合強度が小さいと，第 1 層を除く振動子集団は内部で振動数同期を保ち，位相も比較的揃うのだが，ペースメーカーの振動数に比べるとずっと低い振動数を持った運動をする．結合強度を上げていくと，内部の同期性を保ちながら，次第にペースメーカーの振動数に近付いていく．そして，ある結合強度（$\kappa=\kappa_{\mathrm{cr}}$）で，全集団が一気にペースメーカーに引き込まれる．結合強度をさらに上げると，引き込みは保たれたまま，ペースメーカーと振動子集団との位相差が小さくなっていく．

この引き込み閾値 κ_{cr} は，用いるネットワークによって大きく変化する．図 2 は，ネットワークサイズ $N=100$，平均結合数 $pN=10$ のネットワークを大量に生成し，各ネットワークに対して引き込み閾値 κ_{cr} を数値シミュレーションで求め，それを対数スケールでプロットしてある．つまり，各点が 1 つのランダムネットワークに対応する．見やすくするため，N_1 の値によって記号を分けてある．まず $N_1=1$ の集合に注目する．

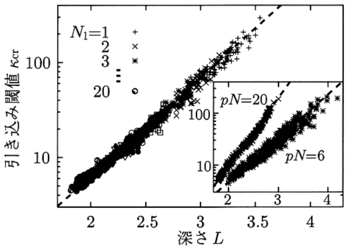


図 2　引き込み閾値の深さに対する依存性．点線は式 (4)[1]．

ネットワーク構造のパラメタは完全に同一であるにも関わらず，生成されるネットワークによって，κ_{cr} の値が大きく変化している．この図の横軸は，各ネットワークの深さ L であり，これも生成されるネットワークによって揺らぐ量である．この図から明らかなように，κ_{cr} と L には強い相関がある．他の N_1 を持つネットワークについても，同様な相関が見える．驚くべきことに，引き込み閾値の深さ L に対する依存性は，次の指数関数で非常によくフィットできる．

$$\kappa_{\mathrm{cr}} \propto (1+pN)^{L}. \tag{4}$$

図 2 の挿入図にあるとおり，他の平均結合数 pN でも同様の指数関数的依存性を持つ．

つまり，深い（階層性の高い）ネットワークでは引き込み閾値が指数関数的に大きくなり，引き込みが非常に難しくなることがわかった．振動子ネットワークが引き込まれるためには，浅い構造を持っていなければならない．

6. 解析

非線形微分方程式は，たとえ次元が低くても，解く（つまり解軌道を解析的に求める）のは一般に困難である．まして，ランダムネットワークに対しモデルを解析的に解くというのは，望みがかなり薄い．かといって，計算機から出てくる数値積分の結果だけから物事の本質を理解するのも，また困難である．したがって，近似理論を駆使し

「解けるモデル」に簡略化することが重要となる．我々のモデルでの最大の困難は，ランダムネットワークの複雑性である．だから，ネットワーク構造を巧く簡略化したい．数値シミュレーションの結果は，ネットワークの階層性が重要であることを示唆する．したがって，この階層性を残したままネットワーク構造を簡略化すれば，現象の本質を捉えた解けるモデルを構築できる可能性がある．そこで次のようなグラフを用いる．

ネットワークの階層性は，ペースメーカーから始まる順方向結合が作り出している．まずこれを木ネットワークで置き換える．つまり，どのノードも順方向結合を 1 つしか受けないネットワークを用いる．実は，ランダムネットワークは最後の層の近くまでこれと似た構造を持っており，この置き換えは (場合によるが) いい近似であることが期待できる[*2]．この近似の下では，各層のノード数は下流に行くにつれて次のように指数関数的に増加する．第 1 層のノード数は，モデルの定義から N_1 である．この層の各ノードから pN 本の結合が次の層に辿り着くので，第 2 層のノード数は $N_1 pN$ となる．以下同様にして，第 h 層のノード数は $N_1(pN)^{h-1}$ である．ある層で，総ノード数がシステムサイズ N と同数になるので，そこが最終層である．平均結合数 pN が大きい場合（我々の仮定）は，最終層のノード数が他の層のノード数より圧倒的に大きい．すると，最終層の位置は，ネットワークの深さ L と近似的に一致する．したがって，最終層を第 L 層とすることができる．

次に，逆方向結合を次のように近似する．最終層のノード数が圧倒的に多いので，各ノードが受け取る結合のほとんどは，最終層からくることになり，他の層からの結合は無視できる．最終層から受ける結合数は，平均 pN 本である．十分 pN が大きければ，この値からのずれ ($\sim \sqrt{pN}$) は相対的に無視できる．したがって，各ノードの受ける逆方向結合は，最終層から pN 本であると近似できる．結局，この簡略化されたネットワークでは，順方向結合を最終層まで辿っていくと，どのような経路も図 3 で示される構造を持っている．

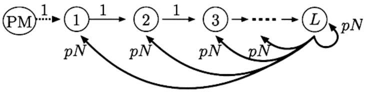


図 3　簡略化されたネットワーク．

このネットワークでは，各層内の振動子は同一形式のネットワーク構造（直前の層から 1 結合，最終層から pN 結合）を持つため，層内のすべての位相が完全に同一である状態が存在する．この状態では，層 h の位相 θ_h は，次の運動方程式に従う．

$$\dot{\theta}_h = \frac{\kappa}{pN}\sin(\theta_{h-1} - \theta_h) + \kappa \sin(\theta_L - \theta_h), \quad (5)$$

ここで，右辺第一項は直前の層からの結合を表し，第二項は最終層からの結合を表す．

ここでさらに，引き込み状態 $\dot{\theta}_h = 1$ を仮定すると，$L-2$ 個の代数方程式が得られ，これを解けば引き込み状態の解が求まる．この代数方程式は，$\sin(\theta_L - \theta_h) \simeq \theta_L - \theta_h$ と線形近似（後の議論で正当化される）をすると，最終層 $h = L$ から解いていくことができ，隣り合う層間の位相差は次のように求まる．

$$\sin(\theta_{h-1} - \theta_h) = \kappa^{-1} pN(1+pN)^{L-h}. \quad (6)$$

式 (6) から，最下流の位相差は $\kappa^{-1}pN$ で，ここから 1 層上流に上がるごとに $1+pN$ 倍され，指数関数的に位相差が増大していくことがわかる．したがって，第 1 層と第 2 層の間が最大の位相差を持つ．引き込み解は式 (6) の右辺が 1 より小さければ存在する．これより $\sin(\theta_1 - \theta_2) \leq 1$ が解の存在条件であり，結合強度の下限が次のように求まる．

$$\kappa_{\mathrm{cr}} = pN(1+pN)^{L-2}. \quad (7)$$

このようにして，深さに対する指数関数的依存性

[*2] 大きなサイズのランダムネットワークは，層のノード数がネットワークサイズと同程度の大きさになる直前まで，いい近似で木ネットワークである．これは，ある層から出てくる総結合数が，ネットワークのサイズに比べて十分小さい限り，ほとんどの結合が別々のノードに接続するからである．

(4) を解析的に求めることができた．なお，位相差は，下流に行くに従って指数関数的に減少するので，$\theta_L - \theta_2$ が高々 $O(1/pN)$ であることが示せ，先ほど用いた線形近似が正当化される．

7. 方向性の偏ったネットワーク

深いネットワークで，引き込みが劇的に難しいことがわかった．このメカニズムは式 (5) から理解できる．右辺第一項は順方向結合の効果を表し，符号は正である．つまり，この結合は振動子の振動数を上げる効果を持つ．ところが，右辺第二項，これは逆方向結合の効果を表すのだが，この符号が負である．つまり，この結合は振動数を下げる効果があり，引き込みを阻害していることがわかる．しかも逆方向結合の数は順方向の pN 倍あり，この負荷は大きい．引き込むためにはこれを順方向結合の効果で打ち消す必要があり，これが順方向側の位相差が大きく増大する理由である．結果として，位相差は深さと共に指数関数的に増大する．つまり，順方向の結合が 1 本なのに対し，逆方向が pN 本とずっと大きいことが引き込みを難しくする原因である．

以上の考察から，引き込みを促進するネットワークに，新たな「形」が見えてくる．引き込みを阻害する逆方向結合を減らしてしまえばいい．ランダムネットワークを用いて，逆方向結合の少ないネットワークを作り出し，このアイディアを検証してみよう．

次のような「方向性の偏ったネットワーク」を生成する．まず，先程と同様に普通のランダムネットワークを作る．次に，各逆方向結合を確率 $1-\xi$ $(0 \le \xi \le 1)$ で消去してしまう．つまり，$\xi = 1$ だと，このネットワークは元のランダムネットワークと一致する．逆に $\xi = 0$ では，逆方向結合の一切存在しない，いわゆる「フィードフォワードネットワーク」が得られる．パラメタ ξ を逆方向結合性と呼ぶ．

この方向性の偏ったネットワークに対応する簡単化されたネットワークは，第6節で導入したネットワークの最終層からの結合数を pN から ξpN に置き換えたものである．このネットワークに対して，第6節と同様の解析ができ，引き込み閾値は次のように求まる．

$$\kappa_{\rm cr} = pN(1+\xi pN)^{L-2}. \tag{8}$$

したがって，逆方向結合性 ξ が減少すると，深さに対する依存性は極端に弱くなり，特に $\xi = 0$（つまりフィードフォワードネットワーク）では依存性が消失する．この意味で，引き込みにより適したネットワーク構造は，フィードフォワードネットワークにより近いものであることがわかる．

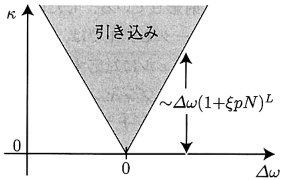


図4　引き込み可能なパラメタ領域．

この結果を模式的に表すと，図4のようになる．この図の $\Delta\omega$ と κ は，モデル (3) のリスケールされていないパラメタである．引き込みは三角形のパラメタ領域で可能である．この領域は，ネットワークの深さ L とともに指数関数的に狭くなる．しかし，逆方向結合性 ξ が小さくなると，深さの効果は劇的に弱まる．

8. 体内時計に対する考察

引き込みに適したネットワークは，浅く，そして方向性の整ったネットワークであることがわかった．では実際，生物の細胞ネットワークはどうなっているのだろうか？ 哺乳類の体内時計を制御している視交叉上核について，最近の研究結果[6, 10~12]から考察してみよう．

視交叉上核は，解剖学的かつ機能的に異なる 2 つの部分に大別することができ，これらの部分は「コア」と「シェル」と呼ばれる[6]．コアは，視交叉上核の 10–20%程度のサイズを持つ．光の情報

は「コア」部分に射影している．したがって，我々の振動子ネットワークモデルでは，第1層がコアで，残りの部分がシェルに対応する．視交叉上核の細胞集団は，ギャップジャンクションや，神経伝達物質を介した化学シナプスによる結合など，多様な細胞間コミュニケーションを持っている．我々が取り扱った有向ネットワークは，化学シナプスに対応する．そこでここでは，化学シナプスによるコミュニケーションのみに注目する．多種類存在する神経伝達物質の中で，VIP (vasoactive intestinal polypeptide) と GABA (γ–アミノ酪酸) の2つが時計細胞集団の同期に中心的な役割を果たしていると考えられている[10]．

我々のモデル研究の結果から，もし体内時計が最大の引き込みの能力を持とうとするならば，視交叉上核はフィードフォワード構造を持つべきである．つまり，コアとシェルの間は，コアからシェルへの一方向性結合であると期待される．VIP による結合は，実際，この構造を取っている．これは VIP が，シェルを構成する細胞で合成されないためである．一方，GABA は視交叉上核内のほとんどの細胞で合成され，またその受容体もほとんどの細胞が持つ[10]．ところが，面白いことに，シェルからコアへの結合が，コアからシェルへのものに比べて弱いことが，実験結果から推測されている[12]．つまり，GABA による結合も，対称な双方向結合ではなく，一方向性に近い可能性がある．つまり，視交叉上核は引き込みに適したネットワーク構造を実際に持つようだ．

さらに，日周期の突然のシフト (長距離移動に相当) を与えたときの，コアとシェルの応答の差異が非常に興味深い[12]．コア部分はシフトに対する応答が速いのに対し，シェル部分はこれに比べて著しく遅い．本稿では解説しなかったが，我々のモデルでも，このようなシフトに対する応答速度を解析することができ，たとえコア部分が環境と強く結合していても，シェル部分が深い階層的構造を持つと，シェル部分の応答が劇的に遅くなる[2]．この結果と照し合わすと，視交叉上核のシェル部分にもさらなる階層的構造があると考えられる．

つまり，視交叉上核のネットワーク構造は，階層性があり，また，フィードフォワードに近いとはいえ完全にそうではない．なぜ引き込み (つまり環境への順応) を妨げるような構造を持っているのだろうか？ これは，体内時計の自律性を保つためではないだろうか．環境の影響をあまり敏感に受け過ぎれば，体内時計は容易に狂い，その存在意義がなくなってしまう．一方，環境と適切に同期する必要もある．つまり，体内時計は，自律性と順応性の双方をバランスよく持つ必要がある．哺乳類の体内時計は，ネットワーク構造の階層性と方向性の偏りを利用して，このバランスを調節している可能性がある．

9. おわりに

前回に引き続き，振動子ネットワークについて解説をした．シンプルなモデル，解析性のよさ，幅広い応用分野などといった，振動子ネットワークの面白さが伝われば幸いである．また，本稿で紹介したネットワーク構造の近似は，振動子系以外にも応用できるのではないかと期待している．他の題材を取り扱う研究者にとっても有用な情報であれば，なおのこと幸いである．

参考文献

1) H. Kori and A.S. Mikhailov. *Phys. Rev. Lett.*, **93**, 254101 (2004).
2) H. Kori and A.S. Mikhailov. *Cond-mat/0608702.*
3) A.T. Winfree. *The Geometry of Biological Time.* Springer, New York (1980).
4) Y. Kuramoto. *Chemical Oscillation, Waves, and Turbulence.* Springer, New York (1984).
5) 蔵本由紀 [編]．『リズム現象の世界』．東京大学出版会 (2005).
6) E.E. Abrahamson and R.Y. Moore. *Brain Reserch*, **916**, 172 (2001).
7) J. Skurski *et al. Neuron*, **43**, 883 (2004).
8) H. Yamada. *Prog. Theo. Phys.*, **108**, 12 (2002).
9) A. Pikovsky, M. Rosenblum, and J. Kurths. *Synchronization.* Cambridge University Press (2001).
10) S.J. Aton and E.D. Herzog. *Neuron*, **48**, 531 (2005).
11) S.J. Aton, *et al. Nature neuroscience*, **8**, 476 (2005).
12) H. Albus, *et al. Current Biology*, **15**, 886 (2005).

(こおり・ひろし，北海道大学大学院理学研究院)

重力理論入門

時空物理学の誕生とその進展

第8回

アインシュタインの予言：その3　ブラックホール

前田　恵一

本稿ではアインシュタイン理論の寵児とも呼ぶべき奇妙な天体「ブラックホール」について述べる．今回のタイトルを見て「おやっ」と思われた方は多いと思う．アインシュタインは，宇宙論が科学的に議論できることを示し（第6回[1]），時空のさざ波である重力波の存在を予言している（第7回[2]）．しかし「ブラックホール」に関しては全く言及していないのでは？ 全くそのとおりである．それにも関わらずこのタイトルにしたのは？ ブラックホールの特徴である「事象の地平線」（シュヴァルツシルト特異点）に関して，アインシュタインはいくつかの根拠から自然界に存在しないものと考えた．そのあたりの話も紹介するので，少々こじつけではあるが，「アインシュタインの予言：その3」としてブラックホールの話題を取り上げる．

8.1「重力半径」の怪

第5回でシュヴァルツシルト解について話をした[3]．それは，球対称な重力源（例えば星）の外部の時空を記述するアインシュタイン方程式の厳密解である[4]．その計量は

$$ds^2 = -\left(1-\frac{r_g}{r}\right)dt^2 + \frac{1}{(1-r_g/r)}dr^2 + r^2\left(d\theta^2 + \sin^2\theta d\varphi^2\right) \quad (8.1)$$

で表される．ここで $r_g = 2GM/c^2$ は重力半径である．この解の表す時空は，第5回でも述べたように，重力場の弱いところ（例えば太陽系近傍）では観測的・実験的に正しいことがわかっている．

ところがこの計量 (8.1) には「特異点」が存在する．例えば，g_{00} は $r=0$ で発散し，$r=r_g$ でゼロになる．$r=0$ は，重力源が「一点」に収縮した「質点」上における重力場を表していると考えられるので，計量が発散するのは理解できる[傍注1]．$r=r_g$ で計量がゼロとなるのはどう理解したらよいであろうか．こ

［傍注1］ 質点の作るニュートンポテンシャルも $r=0$ で発散する．

の「特異点」を当時はシュヴァルツシルト特異点と呼んだ．

実際，この $r=r_g$ というところ（球面）は次のような奇妙な性質を持つ．空間のある点に静止した観測者（$dr=d\theta=d\varphi=0$）の固有時間 τ は

$$d\tau=\sqrt{1-\frac{r_g}{r}}dt \tag{8.2}$$

で与えられる．$r\to\infty$ で $d\tau\to dt$ となることからわかるように，時間座標 t は無限遠の観測者が計る時間である．また，$d\tau<dt$ であるから，ある半径 r にいる観測者の時間 τ は無限遠の観測者の時間 t よりゆっくり進む．これは重力場中の時間の遅れを表している．そしてその半径 r を重力半径 r_g に近づける（$r\to r_g$）と $d\tau$ がゼロ，つまりそこでは時間が経過しないように見える．

もう一つ奇妙な振舞いを見てみよう．時刻一定（$dt=0$）の3次元空間で動径方向（r 方向）にわずかに離れた2点（$\boldsymbol{r}$, $\boldsymbol{r}+d\boldsymbol{r}$）間の距離 dl は，

$$dl=\frac{1}{\sqrt{1-r_g/r}}dr \tag{8.3}$$

であるので，$dl>dr$ である．r は，$r=$ 一定で表される球面の表面積が $4\pi r^2$ となるように決めた動径座標であるので，$dl\neq dr$ ということは，空間がユークリッド空間ではなく，曲がっているということを意味している．ここで，$r\to r_g$ の極限をとると，$dl\to\infty$ となるが，これはこの $r=r_g$ で空間が無限に曲がっていることを意味するのであろうか？

アインシュタインの第二の失敗

当時（1920–30年代）は，そのような半径 r_g が実在するのかどうかということが議論されていた．1922年にはパリ会議でアインシュタインのまわりに錚々たるメンバーが集まり，シュヴァルツシルト特異点について議論されたと言う．またエディントンはそれをマジック・サークル（magic circle）と呼び，その内部は測定不可能だとした[5]．その問に対する一つの答えを出したのがアインシュタインである[6]．

シュヴァルツシルトは上の真空解以外にも物質が存在する場合の静的球対称解を導いていた[7]．シュヴァルツシルトの内部解と呼ばれるもので，$r\leq R$ の領域は次のような計量で記述される．

$$ds^2=-e^{2\Phi}dt^2+e^{2\Lambda}dr^2+r^2\left(d\theta^2+\sin^2\theta d\varphi^2\right), \tag{8.4}$$

$$e^{\Phi}=\frac{3}{2}\left(1-\frac{2M}{R}\right)^{1/2}-\frac{1}{2}\left(1-\frac{2Mr^2}{R^3}\right)^{1/2}, \tag{8.5}$$

$$e^{\Lambda}=\left(1-\frac{2m(r)}{r}\right)^{-1/2}, \tag{8.6}$$

$$P=\rho_0\left[\frac{\left(1-\frac{2Mr^2}{R^3}\right)^{1/2}-\left(1-\frac{2M}{R}\right)^{1/2}}{3\left(1-\frac{2M}{R}\right)^{1/2}-\left(1-\frac{2Mr^2}{R^3}\right)^{1/2}}\right]. \tag{8.7}$$

ここで ρ_0（一定），$P(r)$ はそれぞれ星のエネルギー密度と圧力，R は星の半径，$m(r) = \frac{4\pi}{3}\rho_0 r^3$ は半径 r 内に含まれる質量である．また $M = m(R)$ は星の重力質量である．この計量は，エネルギー密度が一定の星の内部の時空を記述し，$r = R$ で真空のシュヴァルツシルト解 (8.1) に連続的につながる．

シュヴァルツシルトは，$R < 9r_g/8$ の場合，星の内部にも $g_{00} = 0$ となる点（シュヴァルツシルト特異点）が存在することを指摘したが，アインシュタインは，密度一様の星の仮定は，星を構成する物質中の音速が無限大になるため相対論的に正しくない仮定であるとして，「重力半径」が実現される例とは言えないとした[6)傍注2)]．

［傍注2］ 非圧縮性流体の仮定は，圧力を変化させても密度が変わらないので，音速が無限大になり，相対論的に正しくない．しかし，重力と圧力勾配が釣り合った結果として，星の密度が一様ということは相対論と矛盾した仮定ではない[8)]．その意味でシュヴァルツシルトの内部解は解析解で表すことのできる最も簡単な「相対論的星の模型」である．

しかし，この場合は，次のような理由で「重力半径」は実現されないと考えたほうがいいであろう．この解を解析すると半径が $R = 9r_g/8$ で中心の圧力が無限大になり，もはや星を支えきれなくなり，$R < 9r_g/8$ の星は存在しないことがわかる．エネルギー密度一定という条件を「密度は外に向かって増大しない」という条件にゆるめたとしてもこの結果は変わらない．つまり，球対称の星をいくら小さくしても重力半径以下には縮めることができないということである．

アインシュタインが「重力半径」が実現されない理由として挙げた例は，多くの粒子が球状に集まった「星」である[6)]．一つの粒子は他の粒子の作る平均重力場の中を運動する．彼は簡単のため，円軌道を描いた質点の集まりを考えた．非常に多くの質点を均一に分布させて平均密度が球殻上で一様になるようにし，また全角運動量がゼロとなるような系を想定する．アインシュタインは薄い球殻上に粒子が局在する場合を具体的に解析し，この系を重力半径以下に縮めることができないことを示した．その物理的理由として，球殻の半径が r_g に達する前に粒子の速度が光速を超えてしまうと考えた．この例を根拠に，アインシュタインは，$r = r_g$ というシュヴァルツシルト特異点（実際には球面）は現実の世界では現れないとした．

ところが，同じ1939年，オッペンハイマー（J.R. Oppenheimer）とシュナイダー（H. Snyder）は，“On continued gravitational contraction” というタイトルの論文を発表し，上限質量を超えた中性子星はなんの問題もなく $r = r_g$ という重力半径を超えて限りなく収縮していくことを示した[9)傍注3)]．星や球殻という「定常的な」対象では重力半径を超えられないが，重力崩壊という「動的な」現象を考えると重力崩壊の結果非常に自然に重力半径が真空中に出現することが示せるのである．アインシュタインは，宇宙論に続き，またしても，「定常」時空を想定し「動的」時空を考えなかったために，間違った結論を導いてしまったのである．

［傍注3］ 同じ年にオッペンハイマーとボルコフ（G. Volkoff）は中性子星に上限質量が存在することを示している[10)]．

3 重力半径の本当の意味：事象の地平線

では，シュヴァルツシルト時空の $r = r_g$ という点は一体どういうものであろうか？ まず，そこで計量は特異になるが，時空の特異点ではないことがわ

かる．一般相対性理論では座標系はどんな取り方をしてもかまわない．その結果，計量そのものは物理的実在を直接に表さない．実際，局所慣性系をとればいつでもそこではミンコフスキー計量におくことが可能である．物理的実在としての時空を考えるには座標系の取り方に依存しない幾何学量，つまり曲率を見なければならない．そこでリーマン曲率の 2 乗（$R_{\mu\nu\rho\sigma}R^{\mu\nu\rho\sigma}$）を計算すると $12r_g^2/r^6$ となり，$r = r_g$ では特異でないことがわかる[傍注4]．

［傍注4］ “原点” ($r = 0$) は，曲率がそこで実際に発散するので，本当の特異点である．

シュヴァルツシルト特異点は時空の特異点ではない．重力崩壊によって簡単に出現する．では，それは全く普通の時空点なのか？ その本当の意味が明らかにされたのは，なんと 1950 年代以降のことである．

$r = r_g$ では一体何が起こっているのか？ それをはっきりさせるには，そこで計量が特異とならない座標系を導入しなければならない．1958 年にフィンケルシュタイン（D. Finkelstein）は，$r = r_g$ が特異にならない座標系を発見し[傍注5]，その面においては，物体の運動が一方通行であることを示した[15]．彼は時間 t に代わる新しい座標として

［傍注5］ 彼が発見した座標系は，実はエディントンが昔すでに見つけていたもの[11]を再発見したものであるが，エディントン自身はその意味を十分には理解していなかったようである．また，エディントンのあとルメートルも $r = r_g$ が特異でない座標系を見つけている[12]．彼らの見つけた座標系はシュヴァルツシルト時空の半分を記述するものであるが，後にすべてをカバーする座標系はシング (J.L. Synge) やフロンスダル (C. Fronsdal) によって発見されている[13, 14]．

$$\tilde{V} = t + r*, \quad \text{または} \quad \tilde{U} = t - r* \tag{8.8}$$

を導入した．ここで

$$r* \equiv r + r_g \ln \left| r/r_g - 1 \right| \tag{8.9}$$

である．$\tilde{V}$ のほうを用いると計量は

$$ds^2 = -\left(1 - \frac{r_g}{r}\right) d\tilde{V}^2 + 2d\tilde{V}dr + r^2 \left(d\theta^2 + \sin^2\theta d\varphi^2\right) \tag{8.10}$$

で表される．この $(\tilde{V}, r, \theta, \varphi)$（または $(\tilde{U}, r, \theta, \varphi)$）をエディントン・フィンケルシュタイン座標系と呼ぶ．

この計量 (8.10) の表すところを見るには，4 次元時空での光の伝播，つまり光円錐の振舞いを調べればよい．それは，物体は光速を超えて運動できないから，つまり光円錐の内部を進むから，時空の因果的領域がはっきりするからである．まず初めに，ミンコフスキー時空の光円錐を見てみよう（図 8.1）．角度方向は省略しているので，2 次元半平面 (r, t) $[r \geq 0]$ がミンコフスキー時空を表している．ここで光は $\pm 45°$ の方向に進むので，光円錐は図 8.1 のようになる．

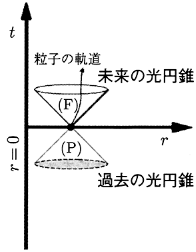


図 8.1　ミンコフスキー空間と光円錐．$\pm 45°$ が光が進む方向を表し，粒子はそれで作られる光円錐内部を通る．

次に，シュヴァルツシルト時空を考えよう．この時空においても物体の運動がどうなるかを調べるために，まず光円錐を考える．シュヴァルツシルト座標 (8.1) で光円錐を記述すると図 8.2 のようになる．$r > r_g$ では光円錐は立っているので，t の増える方向に粒子は進むが，$r < r_g$ では光円錐は横を向き，r の減少する方向に粒子が進む．つま

ブラックホールの名付け親

「ブラックホール」という呼び名は，相対性理論研究の大御所であるアメリカの物理学者ジョン・ホイラー（J.A. Wheeler）が，1967 年晩秋ニューヨークで開催されたパルサーの国際会議，および 12 月にアメリカ科学振興協会で行った講演「我々の宇宙：既知と未知」の中で初めて使った[16, 17]．そのネーミングの良さから，ブラックホールという言葉は，科学者の間だけでなく一般社会にもまたたく間に知れ渡った．それ以前は「崩壊した星」とか「凍結した星」などと呼ばれていた．

り，その領域では t は時間的な座標ではなく，r も空間的座標ではなくなる．また，r_g に近づくと光円錐が非常に細くなり，座標系が適切でないことがわかる．

そこで，エディントン・フィンケルシュタイン座標系を考えよう．計量 (8.10) から，光の経路が $\tilde{V}=$ 一定（内向き）と $\tilde{U}=$ 一定（外向き）で表されることがわかる．この座標系での光円錐を図示するために，時間座標として $\tilde{V}$ の代わりに $\tilde{t}\equiv\tilde{V}-r$ を用いる．

光円錐の振舞いは図 8.3 に示されている．この図からわかることは，内向きの光はいつも $-45°$ の方向に進む．それに対し，外向きの光は，遠方では $+45°$ の方向に進んでいるが，中に入ってくるに従い，だんだん急になり，外に行きにくくなることがわかる．そして $r=r_g$ のところで傾きが無限大になり，“外向き” の光は外には出て行かずに，$r=r_g$ 上を進むことがわかる．$r<r_g$ の領域に入ると，“外向き” の光は外には進まず，逆に内を向いていることもわかる．

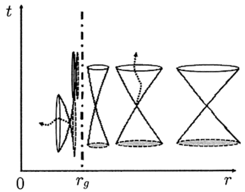


図 8.2　シュヴァルツシルト時空の光円錐（シュヴァルツシルト座標系）．

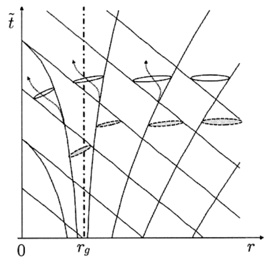


図 8.3　シュヴァルツシルト時空の光円錐（エディントン・フィンケルシュタイン座標系）．

このように $r\leq r_g$ では，未来の光円錐が r_g より内側に閉じ込められる．すべての物体は光円錐の内側を通るので，このことは r_g より内側にあるすべての物体は r_g を超えて外には出てこられないことになる．この一方通行となる領域の境界が重力半径 r_g なのである．重力半径 r_g より内側からは光といえども出てこられない．これが一般相対性理論が予言する「ブラックホール」である．r_g より外側にいると r_g の向こう側（内側）は全く見えないことから，この重力半径 r_g で表される球面を「事象の地平線」と呼ぶ．

しかし，まだ問題があった．上で導入した座標 $\tilde{V}(=t+r*)$ の代わりに $\tilde{U}(=t-r*)$ のほうを使ってシュヴァルツシルト時空を記述することもできる．そうすると上の議論はすべて逆になってしまう．重力半径 r_g の内側から出て

くることは可能になり，逆に外側からは内側には光といえども行けなくなる．

これはどういうことか？ 座標系を取り替えただけで物理が変わってしまうのはおかしいのでは…

ブラックホールとホワイトホール

その答えは，1960 年クルスカル（M.D. Kruskal）とセケレス（G. Szekeres）によって独立に導入された新しい座標系によって明らかとなった[18, 19]．彼らが見つけた座標系は次のようなものである．

$$\tilde{u} = -e^{-\tilde{U}/2r_g} = -\left(\frac{r}{r_g}\right)^{1/2} e^{r/2r_g} e^{-t/2r_g},$$
$$\tilde{v} = e^{-\tilde{V}/2r_g} = \left(\frac{r}{r_g}\right)^{1/2} e^{r/2r_g} e^{t/2r_g}. \tag{8.11}$$

この新しい座標を使うとシュヴァルツシルト時空は

$$ds^2 = -\left(\frac{4r_g^3}{r}\right) e^{-r/r_g} d\tilde{u} d\tilde{v} + r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\varphi^2) \tag{8.12}$$

となり，光の経路は $\tilde{u} =$ 一定，または $\tilde{v} =$ 一定の直線で表される．さらに，新しく u, v という座標を $u = \frac{1}{2}(\tilde{v} - \tilde{u}), v = \frac{1}{2}(\tilde{v} + \tilde{u})$ で定義すると，

$$ds^2 = \left(\frac{4r_g^3}{r}\right) e^{-r/r_g} \left(-dv^2 + du^2\right) + r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\varphi^2) \tag{8.13}$$

となり，v はすべての時空点で時間的に，u はすべての時空点で空間的になる．また (u, v) 面上では，ミンコフスキー空間のときのように，±45° が光の伝播方向になる．この u, v をクルスカル・セケレス座標と言い，それを使ってシュヴァルツシルト解の時空図を表したものをクルスカル図と言う（図 8.4）．

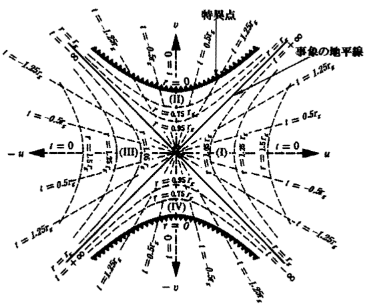


図 8.4　シュヴァルツシルト時空のクルスカル図．点線はシュヴァルツシルト座標（t と r）が一定の等高線．±45° が光が進む方向を表し，物体の軌跡はそれで作られる光円錐内部を通る．事象の地平線（r_g）が ±45°，つまり光が進む方向（ヌル方向）に一致するため，事象の地平線は因果的領域の境界となる（図 8.5 参照）．

この図を使うと，時空の因果的領域が一目瞭然となる．つまり，図 8.5 のように，ある点 P を考えたとき，そこから ±45° の方向に伸ばした直線が光の経路

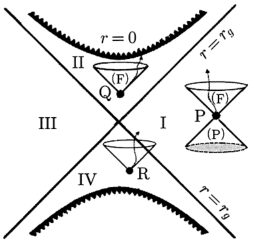


図 8.5　シュヴァルツシルト時空のクルスカル図．±45° が光が進む方向を表し，物体の軌跡は光円錐の中（領域 (F), (P)）を通る．地平線（$r=r_g$）の外（点 P）にある物体は，ブラックホール（領域 II）に吸い込まれるか，無事ブラックホールの外で一生を終えるかのどちらかであるが，領域 II（点 Q）にある物体は，領域 I には出られず，必ず特異点（$r=0$）にぶつかる．また，領域 IV 内の物体（点 R）を考えると，必ず $r=r_g$ を超えて領域 I または領域 III に出て行く（ホワイトホール）．

を表し，通常の光速より遅い物体は，上の領域 (F)（未来の光円錐）の内部を通過していく．また，その点に来るには下の領域 (P)（過去の光円錐）の内部を通って来なければならない．領域 I の点 P を考えると，外向きの光は特異点にぶつからず，内向きの光は特異点と交差する．このことは，点 P から出発した物体は r_g を超えてブラックホール（領域 II）に吸い込まれ，特異点にぶつかるか，無限の未来までずっと r_g の外側にいるかのどちらかである．それに対し，領域 II の点 Q から出発すると，r_g の外側（領域 I）に出ることができず，有限時間で必ず特異点にぶつかる．つまり事象の地平線（$r=r_g$）は時空の因果的領域を分ける境界面だったのである．但し，境界といってもそれは一方通行の境界で，外にある物体は，ずっと外にいることも可能だし，地平線を越えて特異点に落ちていくこともあり得る．

ここまでの結論であれば，前の節のエディントン・フィンケルシュタイン座標系でも十分考察可能であった．前節の最後の疑問に答えるには，クルスカル・セケレス座標系の領域 IV を考えればよい．領域 IV の点 R を出発した物体を考えよう．同じように光円錐の内部を通過する．この場合，点 R の光円錐は必ず $r=r_g$ を超えて領域 I または領域 III に出て行く．つまり点 R から出た物体は必ず領域 I か領域 III に出て行くのである．一方，領域 I（または領域 III）の点を出発した物体は r_g を超えて領域 IV に入ってくることはない．

これらのことから次のことが結論される．エディントン・フィンケルシュタイン座標系のうち $\tilde{V}$ を用いたものは領域 I と領域 II を，$\tilde{U}$ を用いたものは領域 I と領域 IV を記述していたのである．実際，(8.11) 式から，$-\infty<\tilde{V}<\infty$ と等価な $0<\tilde{v}=v+u<\infty$ は領域 I と領域 II に，$-\infty<\tilde{U}<\infty$ と等価な $-\infty<\tilde{u}=v-u<0$ は領域 I と領域 IV に対応していることがわかる．領域 I と領域 II の境界を「未来の事象の地平線」，領域 I と領域 IV の境界を「過去の事象の地平線」と呼ぶ．また，領域 II をブラックホール，領域 IV をホワイトホールと呼ぶ．

ここで妙なことに気がついた読者はいるであろうか？ 領域 I は $r>r_g$ で表されるように，無限遠方（$r\to\infty$）を含むので，ブラックホールの外側にいる

光の脱出できない暗黒の星

光の速さが有限であることから，光が重力圏から脱出できない天体，つまり真っ黒で見えない暗黒の星は，ミッチェル（J. Michell, 英）やラプラス（P.S. Laplace, 仏）によって，18 世紀にすでに考えられていた[20,21]．彼らが考えたのは次のような天体である．質量 M，半径 R の星の脱出速度は $v_{\rm esc} = \sqrt{2GM/R}$ で与えられる．星の表面から放り出された物体の初速 v_0 が $v_{\rm esc}$ より遅ければ，物体は無限遠方まで達することができず，再び星に戻ってくる．そこで，もし星の質量が非常に大きいか，半径が非常に小さいと，$v_{\rm esc}$ は光速 c を越える[*1]．つまり星の表面から放出された光は遠方にいる我々のところまでやってこないで，星表面に戻ってしまうというわけである．光が外（遠方）に出てこないという意味では，「ブラックホール」という天体の最初の予言であると言える．しかし，一般相対性理論が予言したブラックホールはもっと奇妙な “天体” なのである．

*1） その条件は $R < r_g$ となり，そのような暗黒の星になる上限半径は偶然にも重力半径と一致する．

重力の弱い我々の世界だと考えられる．では領域 III は何であろうか？ 同じように $r > r_g$ で表され，無限遠方（$r \to \infty$）を含む．我々の世界とどう違うのであろうか？

実は，シュヴァルツシルト解は，数学的には，2 つの漸近的平坦な領域（ミンコフスキー時空）をもつ多様体（時空）を表しているのである．

ブラックホールに関するもっと詳しい話はこの連載でも取り上げていくことにしよう．

参考文献

1) 前田恵一「重力理論入門」第 6 回，数理科学（2006 年 9 月号）．
2) 前田恵一「重力理論入門」第 7 回，数理科学（2006 年 11 月号）．
3) 前田恵一「重力理論入門」第 5 回，数理科学（2006 年 8 月号）．
4) K. Schwarzschild, Sitzber. *Deut. Acad. Wiss. Berlin, Kl. Math-Phys. Tech.* (1916) 189.
5) J.-P. Luminet, “Black Holes” (Cambridge Univ. Press, 1987) p.120.
6) A. Einstein, *Ann. Math.*, **40** (1939) 922.
7) K. Schwarzschild, Sitzber. *Deut. Acad. Wiss. Berlin, Kl. Math-Phys. Tech.* (1916) 424.
8) C.W. Misner, K.S. Thorne, J.A. Wheeler, *Gravitation* (Freeman, 1973) p.609.
9) J.R. Oppenheimer and H. Snyder, *Phys. Rev.* **56** (1939) 455.
10) J.R. Oppenheimer and G. Volkoff, *Phys. Rev.* **55** (1939) 374.
11) A.S. Eddington, *Nature* **113** (1924) 192.
12) G. Lemaitre, *Ann. Soc. Sci. Bruxelles I* **A53** (1933) 51.
13) J.L. Synge, *Proc. R. Irish Acad.* **A53** (1950) 83.
14) C. Fronsdal, *Phys. Rev.* **116** (1959) 778.
15) D. Finkelstein, *Phys. Rev.* **110** (1958) 965.
16) J.A. Wheeler, *American Scientist*, **56** (1968) 1.
17) K.S. Thorne, “Black Holes and Time Warps—Einstein’s Outrageous Legacy—” (W.W. Norton & Company, 1994, New York) p.256.
18) M.D. Kruskal, *Phys. Rev.* **119** (1960) 1743.
19) G. Szekeres, *Publ. Mat. Debrecen* **7** (1960) 285.
20) J. Michell, *Phil. Trans. R. Soc. London* (1783) 35.
21) P.S. Laplace, “Le Systeme du monde (The System of the World)” vol.II (1795, Paris).

（まえだ・けいいち，早稲田大学理工学術院）

第5回 a primer of Probability

使うための確率論入門

サイコロ遊びの意味するもの

渡 辺 浩

素朴なサイコロ遊びについての素朴な疑問の中に，物理的に重要な論点が隠れています．この論点を踏まえて，前回考えた「ボールの箱入れ」と「確率母関数」の議論を進め，次回に話をつなぎます．

Theme サイコロの確率論

中世ヨーロッパの貴族の間で，3 つのサイコロを投げて目の和を当てるゲームが流行したそうである．そのとき次のようなことが問題になったと言う．目の和が 9 になる場合は

$$1+2+6,\quad 1+3+5,\quad 1+4+4,\quad 2+2+5,\quad 2+3+4,\quad 3+3+3$$

の 6 通りであり，目の和が 10 になる場合も

$$1+3+6,\quad 1+4+5,\quad 2+2+6,\quad 2+3+5,\quad 2+4+4,\quad 3+3+4$$

の 6 通りであるから，9 と 10 は‘対等’であると思われるのに，経験的には 9 より 10 のほうが‘有利’だというのである．

なぜ 9 より 10 のほうが出やすいのか――ガリレイはある書物の中でこの問題を論じ，今日正解とされる解答を与えているのだが，貴族たちの経験的知識は現実の物体に関するものであるがゆえに，物理的な観点からある重要な意味を持つとも言える．それは ….

5.1 正しいのはどちら？

9 よりも 10 が出やすいことを理論的に説明するには，

仮説 1： 第 1，第 2，第 3 のサイコロの目を x, y, z とすると，$1 \leq x, y, z \leq 6$ を満たす整数の組 (x, y, z) が等確率で現れる．

に基づいて考えればよい．このとき，目の和が 9 になる場合と 10 になる場合は，それぞれ 25 通り，27 通りであるから，10 のほうが出やすい．これがガリレイの与えた解答である．他方，貴族たちの考え方は，

仮説 2： 3 つのサイコロの目を小さい順に x, y, z とすると，$1 \leq x \leq y \leq z \leq 6$ を満たす整数の組 (x, y, z) が等確率で現れる．

に基づいている．このとき，目の和が 9 になる場合と 10 になる場合は，どちらも 6 通りであるから，優劣はなくなる．

それでは，なぜ「仮説 1 が正しく，仮説 2 は間違っている」と言えるのだろうか．実は，どんなに思弁を尽くしても，この問題の先験的な答えを見出すことはできず，結局のところ，実験しないと決着がつかないのである．というのは，仮説 1 は「3 つのサイコロは互いに区別がつく」と仮定したことを意味し，仮説 2 は「3 つのサイコロは互いに区別がつかない」と仮定したことを意味していて，事の本質は，サイコロの**識別可能性**という物理的性質を定めることにあるからである．

実際，光や電子のような素粒子の世界では，複数の同種粒子を識別することは原理的に不可能であるとされており，ある意味で仮説 2 が正しいのである[傍注1]．このような観点から見ると，貴族たちは，サイコロという物体の識別可能性について，物理的実験を行っていたとも言える．

[傍注 1] さらに詳しく言えば，識別不可能な粒子には，ボゾンとフェルミオンという異なる種族がある．

以上のようなわけで，数学としての確率論は，仮説 1 と仮説 2 のどちらか一方を正解とするのではなく，双方に基づいて確率の計算法を与えるものでなければならない．そこで今回は主に仮説 1 の帰結を調べ，次回，仮説 2 に基づいて対応する問題を考察する．

5.2 ボールの統計

前回問題にした「ボールの箱入れモデル」を考える．そして，サイコロを投げて k の目が出るということを，ボールが k 番目の箱に入ることに対応づければ，3 個のサイコロを投げたときの目の出方は，3 個のボールを 6 個の箱に入れる方法に対応する．すなわち，サイコロの問題は，「ボールの箱入れ」の特別の場合に相当すると言える[傍注2]．それでは，ボールの箱入れ問題に即して，ボールが識別できる場合と識別できない場合の違いを見てみよう．

[傍注 2] 本当はこれも，実験してみないと分からないのだが….

n 個の**識別可能**なボールを r 個の箱 $B_1, B_2, \cdots, B_r$ に無作為に入れることを考える．この場合，ボールの入れ方は全部で r^n 通りあり等確率で起きる．したがって，箱 B_k $(k = 1, 2, \cdots, r)$ に入るボールの数がそれぞれ n_k $(k = 1, 2, \cdots, r)$ である確率は

$$p(n_1, n_2, \cdots, n_r) = \frac{1}{r^n} \frac{n!}{n_1! n_2! \cdots n_r!} \tag{5.1}$$

である．ただし，

$$n_k = 0, 1, 2, \cdots, \tag{5.2}$$

$$\sum_{k=1}^{r} n_k = n \tag{5.3}$$

とする．このとき，各ボールが箱 B_1 に入る確率は $\frac{1}{r}$ であるから，k 個のボールが箱 B_1 に入る確率は

$$p_{n,r}(k) = {}_n\mathrm{C}_k \left(\frac{1}{r}\right)^k \left(1-\frac{1}{r}\right)^{n-k}, \quad k=0,1,2,\cdots,n \tag{5.4}$$

となる[傍注3]．そして前回示したように，条件

[傍注3] 実直に (5.1) から (5.4) を導くこともできるが，5.4 節でこれを一般化した形で確かめる．

$$\frac{n}{r} \to \lambda \tag{5.5}$$

が満たされるように‘無限体積極限’ $n, r \to \infty$ を取ると

$$p_{n,r}(k) \to e^{-\lambda}\frac{\lambda^k}{k!}, \quad k=0,1,2,\cdots \tag{5.6}$$

のように，ポアソン分布に収束する．

他方，n 個の**識別不可能**なボールの場合，ボールの入れ方の総数は，重複組み合わせの数 ${}_{n+r-1}\mathrm{C}_{r-1}$ で与えられるので，箱 B_k $(k=1,2,\cdots,r)$ に入るボールの数がそれぞれ n_k $(k=1,2,\cdots,r)$ である確率は

$$\bar{p}(n_1,n_2,\cdots,n_r) = \frac{1}{{}_{n+r-1}\mathrm{C}_{r-1}} \tag{5.7}$$

となる[傍注4]．そして，箱 B_1 に k 個入る確率は

[傍注4] このような統計的性質をもつ粒子をボゾンと言う．

$$\bar{p}_{n,r}(k) = \frac{{}_{n-k+r-2}\mathrm{C}_{r-2}}{{}_{n+r-1}\mathrm{C}_{r-1}}, \quad k=0,1,2,\cdots,n$$

となり，条件 (5.5) の下で $n, r \to \infty$ とすると

$$\bar{p}_{n,r}(k) \to \frac{1}{\lambda}\left(1+\frac{1}{\lambda}\right)^{-k-1}, \quad k=0,1,2,\cdots \tag{5.8}$$

となる．ここで，(5.6), (5.8) を比較すると，k が大きいとき，$\bar{p}_{n,r}(k)$ は $p_{n,r}(k)$ に比べて（無限体積極限において）大きな値を取ることが分かる．すなわち，識別不可能なボールは識別可能なボールに比べて，1つの箱に詰め込まれることへの‘統計的抵抗力’が弱いと言える．

5.3 確率母関数と期待値

話を先に進める前に，一つ準備をする．

定理 5.1 $\mathbb{Z}_+$ に値を取る確率変数 n の確率母関数 $g(x)$ が，$x=1$ における微分係数 $g'(1)$ をもつとき[傍注5]，n の期待値が存在し，次式が成り立つ．

[傍注5] $g'(1)$ は区間 $[-1,1]$ で定義された関数 $g(x)$ の，$x=1$ における左微分係数の意味とする．$g''(1)$ についても同様である．

$$g'(1) = \mathrm{Exp}[n]. \tag{5.9}$$

さらに $g''(1)$ が存在するなら，n^2 の期待値が存在し，次式が成り立つ．

$$g''(1) = \mathrm{Exp}[n^2] - \mathrm{Exp}[n]. \tag{5.10}$$

◇

証明 $n=0,1,2,\cdots$ に対して $\varphi_n(x)=\dfrac{1-x^n}{1-x}$ と置き，

$$g'(1)=\lim_{x\to 1-0}\sum_{n=0}^{\infty}\varphi_n(x)p(n)$$

と書く．そして，$0<x<1$ において $\varphi_n(x)>0$ であること，および，$x\to 1-0$ のとき $\varphi_n(x)$ は増加しつつ n に収束することに注意すれば，

$$\begin{aligned} g'(1) &= \sup_{x\in(0,1)}\sup_{N\in\mathbb{Z}_+}\sum_{n=0}^{N}\varphi_n(x)p(n)=\sup_{N\in\mathbb{Z}_+}\sup_{x\in(0,1)}\sum_{n=0}^{N}\varphi_n(x)p(n) \\ &= \sum_{n=0}^{\infty}np(n)=\mathrm{Exp}[n] \end{aligned}$$

が得られる．(5.10) も同様に示される． □

5.4 箱入れ問題の一般化

識別可能なボールの箱入れモデルを，箱 B_k $(k=1,2,\cdots,r)$ が同等ではない場合に一般化する．

n 個の識別可能な粒子を r 個の箱 $B_1,B_2,\cdots,B_r$ に入れる．ただし，箱 B_k $(k=1,2,\cdots,r)$ に入る粒子の数がそれぞれ n_k $(k=1,2,\cdots,r)$ である確率は

$$p(n_1,n_2,\cdots,n_r)=\frac{1}{Z}\exp\left(-\sum_{k=1}^{r}n_ke_k\right)\frac{n!}{n_1!n_2!\cdots n_r!} \tag{5.11}$$

であるとする．ここで n_k は (5.2), (5.3) を満たし，$e_1,e_2,\cdots,e_r$ は 0 または正の与えられた定数とする．Z は全確率を 1 にするための規格化定数

$$Z=\sum_{(n_1,n_2,\cdots,n_r)}\exp\left(-\sum_{k=1}^{r}n_ke_k\right)\frac{n!}{n_1!n_2!\cdots n_r!} \tag{5.12}$$

であり，(5.12) の右辺の和は，(5.2), (5.3) を満たす範囲にわたる．

定数 e_k を箱 B_k の‘固有エネルギー’と呼ぶことにする．(5.11) の右辺に因子 $\exp\left(-\sum_{k=1}^{r}n_ke_k\right)$ が含まれているので，粒子たちは固有エネルギーの小さい箱に入りたがる傾向がある．ただし，$e_1=e_2=\cdots=e_r=0$ とすればこのエネルギー効果は消えて，(5.1) で与えられるモデルと一致する．

このモデルの性質を調べるのは難しくない．まず，(5.12) で定義される Z は，(5.2), (5.3) の下での和として，

$$Z=\sum_{(n_1,n_2,\cdots,n_r)}\frac{n!}{n_1!n_2!\cdots n_r!}\prod_{k=1}^{r}\left(e^{-e_k}\right)^{n_k}=\left(\sum_{k=1}^{r}e^{-e_k}\right)^{n} \tag{5.13}$$

となる．同様に，n_j の確率母関数

$$g_j(x)=\sum_{(n_1,n_2,\cdots,n_r)}x^{n_j}p(n_1,n_2,\cdots,n_r) \tag{5.14}$$

は次のように計算できる．

$$g_j(x) = \frac{1}{Z} \sum_{(n_1, n_2, \cdots, n_r)} x^{n_j} \frac{n!}{n_1! n_2! \cdots n_r!} \prod_{k=1}^{r} \left(e^{-e_k}\right)^{n_k}$$
$$= \left(\frac{\displaystyle\sum_{k \neq j} e^{-e_k} + x e^{-e_j}}{\displaystyle\sum_{k=1}^{r} e^{-e_k}} \right)^n = \left(1 + \frac{(x-1)e^{-e_j}}{\displaystyle\sum_{k=1}^{r} e^{-e_k}} \right)^n . \tag{5.15}$$

したがって，定理 5.1 により，n_j の期待値は次式で与えられる[傍注6]．

[傍注6]　(5.15) は 2 項分布の確率母関数である．特に，$e_1 = e_2 = \cdots = e_r = 0$ とすると，(5.4) の確率母関数となる．

$$\mathrm{Exp}[n_j] = g_j'(1) = \frac{n e^{-e_j}}{\displaystyle\sum_{k=1}^{r} e^{-e_k}} .$$

5.5 無限体積極限

5.4 節のモデルに対し，条件 (5.5) の下で無限体積極限 $n, r \to \infty$ を取ろう．ただし，箱の固有エネルギー $e_1, e_2, \cdots, e_r$ を次のように設定する：

$$e_k = h\left(\frac{k}{r}\right), \quad k = 1, 2, 3, \cdots, r. \tag{5.16}$$

ここに $h(x)$ は $[0,1]$ で定義され，0 または正の値を取り，単調で連続な関数であるとする．例えば，c を正の定数として $h(x) = cx$ とすれば，固有エネルギーは区間 $[0,c]$ に等間隔に分布するが，r が大きくなるに従って密になり，極限 $r \to \infty$ においては区間 $[0,c]$ に一様に分布する．一般に (5.16) の下で，

$$\lim_{r \to \infty} \frac{1}{r} \sum_{k=1}^{r} e^{-e_k} = \int_0^1 e^{-h(x)} dx \tag{5.17}$$

が成り立つことに注意する．

それでは，箱 B_j に入る粒子の数 n_j に注目しよう．ただし，エネルギー E を（関数 h の値域の中に）固定して，

$$E = \lim_{r \to \infty} e_j = \lim_{r \to \infty} h\left(\frac{j}{r}\right) \tag{5.18}$$

が成り立つように，箱の番号 $j = j(r)$ を r に応じてうまく取る．すると，(5.15) から

$$g_j(x) = \left(1 + \frac{\frac{1}{r}(x-1)e^{-e_j}}{\displaystyle\frac{1}{r}\sum_{k=1}^{r} e^{-e_k}} \right)^n \underset{r \to \infty}{\longrightarrow} \exp\left(\frac{\lambda}{\alpha} e^{-E}(x-1)\right) \tag{5.19}$$

が得られる．ただし α は (5.17) の右辺を表す定数である．そして，定理 5.1 を用いると，固有エネルギー E の箱に入る粒子数 n_E の期待値は $\frac{\lambda}{\alpha} e^{-E}$ であることが分かる[傍注7]．

[傍注7]　(5.19) から，n_E はポアソン分布に従うことが分かる．

5.6 粒子数の浮動化

5.4 節, 5.5 節のモデルを別の方法で調べてみよう[傍注8].

[傍注8] これは，次回に識別不可能な粒子系を調べるための準備でもある.

μ を任意の実数の定数として，(5.11), (5.12) を，それぞれ

$$p(n_1, n_2, \cdots, n_r) = \frac{1}{Z(\mu)} \exp\left(-\sum_{k=1}^{r} n_k(e_k + \mu)\right) \frac{1}{n_1!n_2!\cdots n_r!}, \tag{5.20}$$

$$Z(\mu) = \sum_{(n_1, n_2, \cdots, n_r)} \exp\left(-\sum_{k=1}^{r} n_k(e_k + \mu)\right) \frac{1}{n_1!n_2!\cdots n_r!} \tag{5.21}$$

で置き換える．(5.21) の右辺の和は，(5.2), (5.3) を満たす範囲にわたる．この $Z(\mu)$ は，(5.12) で与えられる Z を定数 $e^{n\mu}n!$ で割ったものであるが，(5.11) と (5.20) は，同じ $p(n_1, n_2, \cdots, n_r)$ を定めている.

ここで勝手ながら，全粒子数に対する束縛条件 (5.3) を外したモデル

$$\tilde{p}(n_1, n_2, \cdots, n_r) = \frac{1}{\tilde{Z}(\mu)} \exp\left(-\sum_{k=1}^{r} n_k(e_k + \mu)\right) \frac{1}{n_1!n_2!\cdots n_r!}, \quad (n_1, n_2, \cdots, n_r) \in {\mathbb{Z}_+}^r, \tag{5.22}$$

$$\tilde{Z}(\mu) = \sum_{(n_1, n_2, \cdots, n_r) \in {\mathbb{Z}_+}^r} \exp\left(-\sum_{k=1}^{r} n_k(e_k + \mu)\right) \frac{1}{n_1!n_2!\cdots n_r!} \tag{5.23}$$

を考える[傍注9]．このとき，(5.23) の右辺の和は，各変数 n_k について独立に取ることができて，

[傍注9] 元のモデルと後で比較する.

$$\begin{aligned}\tilde{Z}(\mu) &= \prod_{k=1}^{r} \sum_{n_k=0}^{\infty} \frac{1}{n_k!} \exp\left(-n_k(e_k + \mu)\right) \\ &= \prod_{k=1}^{r} \exp\left(e^{-(e_k+\mu)}\right) = \exp \sum_{k=1}^{r} e^{-(e_k+\mu)}\end{aligned} \tag{5.24}$$

となる．また n_j の確率母関数は,

$$\begin{aligned}g_j(x) &= \sum_{(n_1, n_2, \cdots, n_r)} x^{n_j} \tilde{p}(n_1, n_2, \cdots, n_r) \\ &= \frac{1}{\tilde{Z}} \prod_{\substack{k=1 \\ (k \neq j)}}^{r} \sum_{n_k=0}^{\infty} \frac{1}{n_k!} \exp\left(-n_k(e_k + \mu)\right) \\ &\qquad \times \sum_{n_j=0}^{\infty} \frac{1}{n_j!} x^{\nu} \exp\left(-n_j(e_j + \mu)\right) \\ &= \exp\left((x-1)e^{-(e_j+\mu)}\right)\end{aligned} \tag{5.25}$$

となり[傍注10]，n_j の期待値は次式で与えられる.

[傍注10] これはポアソン分布の確率母関数である.

$$\mathrm{Exp}[n_j] = g_j'(1) = e^{-(e_j+\mu)}. \tag{5.26}$$

束縛条件 (5.3) を外すということは，(5.3) における総粒子数 n を固定せず浮動化して，n を確率変数と見なすことを意味する．そこで，n の平均と分散を計算してみよう．確率変数 n の確率母関数 $g(x)$ は，$\tilde{Z}(\mu)$ を用いて，

$$g(e^{-t}) = \frac{\tilde{Z}(\mu+t)}{\tilde{Z}(\mu)}$$

と表せる．このことに注意して，定理 5.1 を用いると[傍注11]，

[傍注11]　$\mathrm{Exp}[n] = \sum_{j=1}^{r} \mathrm{Exp}[n_j]$ は，(5.26) を用いても得られる．また次のような公式もある．

$$\mathrm{Exp}[n] = -\frac{\partial}{\partial\mu}\log\tilde{Z},$$

$$\mathrm{Var}[n] = \frac{\partial^2}{\partial\mu^2}\log\tilde{Z}.$$

$$\mathrm{Exp}[n] = \mathrm{Var}[n] = \sum_{k=1}^{r} e^{-(e_k+\mu)}.$$

$$\therefore \quad \mathrm{Exp}\left[\frac{n}{r}\right] = \frac{1}{r}\sum_{k=1}^{r} e^{-(e_k+\mu)}\ , \qquad \mathrm{Var}\left[\frac{n}{r}\right] = \frac{1}{r^2}\sum_{k=1}^{r} e^{-(e_k+\mu)}$$

が得られる．

ここで $\mu > 0$ を固定し，無限体積極限 $r \to \infty$ を取ろう．(5.17) の右辺を α と置くと，

$$\mathrm{Exp}\left[\frac{n}{r}\right] \underset{r\to\infty}{\longrightarrow} \alpha e^{-\mu}, \qquad \mathrm{Var}\left[\frac{n}{r}\right] = e^{-\mu}\frac{1}{r^2}\sum_{k=1}^{r} e^{-e_k} \underset{r\to\infty}{\longrightarrow} 0$$

となるから，無限体積極限において，$\frac{n}{r}$ は定数 $\alpha e^{-\mu}$ に集中することが分かる．そこで，(5.5) に対応して，無限体積極限の条件

$$\mathrm{Exp}\left[\frac{n}{r}\right] \underset{r\to\infty}{\longrightarrow} \lambda. \qquad \therefore \quad \alpha e^{-\mu} = \lambda \tag{5.27}$$

を課すことにより実数 μ の値を決定すると，$\mu = -\log\frac{\lambda}{\alpha}$ となる．このように μ を定めて無限体積極限を取ると，$\frac{n}{r}$ の値は λ に集中するから，本来のモデル (5.11) の無限体積極限と一致すると考えられる[傍注12]．

[傍注12]　興味ある読者は証明を考えてみるとよい．

それでは，エネルギー E の箱に入る粒子の数 n_E の確率分布の無限体積極限を決定しよう．E を固定して，(5.18) が成り立つように箱の番号 j を r に応じてうまく取ると，n_E の確率母関数は，(5.25) の極限として，

$$\lim_{r\to\infty} g_j(x) = \exp\left((x-1)e^{-(E+\mu)}\right) = \exp\left((x-1)\frac{\lambda}{\alpha}e^{-E}\right)$$

となり，再び (5.19) が得られる．

以上の結果に対応して，識別不可能な粒子系を調べてみると，物理的に興味深い現象につながる結果が得られるのだが，それは次回のテーマとする．

（わたなべ・ひろし，日本医科大学数学教室）

特　集（2007 年 1 月号予告）

ヤング図形で遊ぶ物理と数学

イメージ力を鍛える

本体 952 円

ヤング図形百態	氷上　忍
ヤング図形と直交多項式　ヴィラソロ代数とジャック多項式	三町　勝久
微分方程式とヤング図形　岡本多項式とその仲間たち	山田　泰彦
ヤング図形と組合せ論・表現論	有木　進
ベーテ仮説とヤング図形	国場　敦夫
サザーランド模型とヤング図形	加藤　雄介
ランダム結晶成長とヤング図形	笹本　智弘
弦理論とヤング図形	太田　和俊
ゲージ理論とヤング図形	加藤　晃史
《名著に親しむ》 Young 図形と出会った頃	岡田　聡一

特　集（2006 年 11 月号）

固有値問題のひろがり

応用がひきおこす数学的現象

本体 952 円

固有値問題の諸相	江沢　洋
WKB 法による固有値問題の解	小池　達也
ラム・シフトと原子の固有値問題	木下東一郎
埋蔵固有値の摂動論	新井　朝雄
周期ポテンシャルの固有値問題	浅野　攝郎
朝永–Luttinger 模型の固有値問題	木村　敬
量子化学における固有値問題	中田　宗隆
剛性の高い建物の固有値問題・システム同定	内藤　幸雄
《名著に親しむ》 固有値問題は奥が深い	江沢　洋
《ネットワーク科学最前線》 第 2 回	郡宏・蔵本由紀
《連載》 重力理論入門　その 7	前田　恵一
ゲーム理論講義　その 5	船木由喜彦

編集後記

早いもので本誌は一足先に今年を終えます．一年の仕事の反省をする間もなく，次の年を迎えてしまうのはよくないなあと毎年思います．朝永博士は，計算をするときは鉛筆と消しゴムを使い，間違ったらその都度消して書き直されたそうです．自分がこれまでどんな考えでどんな仕事をしてきたか，跡をたどりながら過ちがあればそれを改める．朝永博士がされていた事はとても自己内省的だったのではないかと，今更ながら気づきました．一息に計算して結果が駄目ならやり直し，ではなく，何が誤りでそうなったのか，よく振り返って来年も良い誌面づくりに邁進したいと思います．　（伊崎）

＊　　＊

先日，登山をしました．山といっても 380 m ほどの低い山でしたが，普段，運動をしないせいか，山頂に着いたときには息も絶え絶えという状態でした．しかし，山頂から見た景色はとても素晴らしいもので，地表にある建物や自動車はとても小さく見え，その奥に見える海は青々としており，感動のあまり登山による疲れや足の痛みは飛んでいきました．

新しい素粒子の発見も登山のように険しい道程を経た上でなされたのだと思います．そして，発見したときは，山頂から見た景色と同じくらい感動するものだったのでしょう．　（大溝）

数　理　科　学　12月号

2006 年 12 月 1 日発行　　発行人 森　平　勇　三

数　理　科　学　編　集　部
TEL. (03) 5474–8816
FAX. (03) 5474–8817

編集スタッフ
平勢耕介　伊崎修通
大溝良平

ホームページ　http://www.saiensu.co.jp
ご意見・ご要望は　sk@saiensu.co.jp　まで．

発行所 © 株式会社 **サイエンス社**　TEL. (03) 5474–8500 (代表)
〒 151–0051 東京都渋谷区千駄ヶ谷 1–3–25　振替 00170–7–2387　(03) 5474–8600 (広告部)

印刷・製本　三美印刷株式会社　山岡景仁

のご案内

工学のための
物理化学
熱力学・電気化学・固体反応論
永井・片山・大倉・梅村 共著
A5／208頁／本体1850円

物理化学は普遍性のある学問体系であると共に，工業物理化学として多くの工業製品に関わりを持つ．工学への応用に重点をおき，対象範囲を絞り込んだ本書を活用することにより，実用に役立つことを大いに期待したい．

細胞性粘菌のサバイバル
漆原秀子 著
A5／144頁＋口絵2頁／本体1800円

細胞性粘菌の発生も複雑な生物とエッセンスは同じであり，「サバイバル」という強烈な制約も生物のエッセンスの一つである．本書では「サバイバル」の観点から細胞性粘菌を紹介する．

ビジュアルバイオロジー
細胞の蛍光イメージング
原口徳子・平岡泰 共著
A5／120頁＋口絵16頁／本体1800円

蛍光顕微鏡法は，生きた細胞の分子レベルでの解析に有用である．本書は，光学顕微鏡を利用したイメージング法の中でも，特に蛍光顕微鏡による細胞レベルのイメージング法について詳説する．カラー口絵付き．

ザ・C99
戸川隼人 著
A5／約200頁／予価2000円

1999年に改訂されたC言語の入門書．奇をてらわず，できるだけ標準的な教科書となるように，複素数型，可変長配列など新しく追加された仕様も含め，最新の用語や文法を用いて，C言語の基本的な仕組みを解説する．

データベース入門
増永良文 著
A5／216頁／本体1900円

コンピュータサイエンス系の学部レベル専門科目の標準テキスト．授業に使いやすいよう，全15章，各4節の構成となっている．リレーショナルデータベースを中核にすえて，データモデル論，システム論を解説する．

ＣＧとビジュアルコンピューティング入門
伊藤貴之 著
A5／176頁＋口絵16頁／本体1950円

コンピュータによる画像処理・ＣＧ・可視化の各技術を，数学的定義やアルゴリズムの記述だけでなく，工学的・社会的背景や実用例なども挙げながら，入門者に親しみやすく読みやすいよう解説．カラー口絵付き．

表示価格はすべて税抜きです

サイエンス社

数学テキスト好評書より(1)

工科系の数学
マイベルク・ファヘンアウア共著／A5

1	数，ベクトル，関数	本体1700円
2	微分積分	本体1800円
3	線形代数	本体1800円
4	多変数の微積分	本体1800円
5	常微分方程式	本体2300円
6	関数論	本体2200円
7	フーリエ解析	本体1600円
8	偏微分方程式，変分法	本体1700円

ミュンヘン工科大学での基礎課程の講義をもとにつくられた，例，例題を多く含む教科書の翻訳．高見穎郎，薩摩順吉，及川正行訳．

基本 線形代数
坂田泩・曽布川拓也共著／A5／168頁／本体1600円
本書は幅広い分野に対応できるよう必要最低限の内容を精選し，それらを出来るだけ丁寧に解説している．2色刷．

線形代数 増訂版
寺田文行著／A5／200頁／本体1262円
好評の前著「線形代数」をもとに，使い易さを中心に考え，内容を入れ替え，問題を難易別に配列した．

理工系 線形代数
水田義弘著／A5／216頁／本体1600円
自然科学等で広く利用されている応用例も加え，数学的なものの見方を身につけることに重点をおいたテキスト．2色刷．

Key Point & Seminar
工学基礎 線形代数
矢嶋徹・及川正行 共著／A5／264頁／本体1850円
例題の解答は計算式や計算の仕方が細かく書かれており，理解しやすい内容になっている．見開き構成．2色刷．

線形代数講義
金子晃著／A5／272頁／本体1850円
本書は理工系の大学基礎課程で線形代数学を一通り学ぶための教科・参考書である．高校の内容に無理なく繋がるよう，幾何学的説明を中心にわかりやすくまとめられている．

基礎 線形代数 [新訂版]
洲之内著／田中改訂／A5／192頁／本体1600円
定評ある旧版に，体裁面で大幅な変更を加え，見た目のわかりやすさも追求した．工科系の学生には最適のテキスト．

線形代数の基礎
寺田文行・木村宣昭共著／A5／176頁／本体1480円
左ページに解説，右ページにそれに関連した図や小問を配置するように配慮した．高校数学とのつながりにも配慮しわかりやすく解説．2色刷．

大学で学ぶ
線形代数
沢田・渡辺・安原共著／A5／128頁／本体1000円
理工系に限らず，社会科学系の入門者にも配慮した，コンパクトなテキスト・参考書．

表示価格はすべて税抜きです

サイエンス社

数学テキスト好評書より(3)

物理学テキスト好評書より(2)

新・基礎 電磁気学
佐野元昭著／A5／240頁／本体1800円
理工系大学初年級の学生を対象に，電磁気学の基礎理解を目的としたテキスト．丁寧な説明と見やすい体裁によってまとめられている．2色刷．

電磁気学入門
阿部龍蔵著／A5／256頁／本体1700円
電流の話から説き起こし，電磁気学のひととおりを解説した入門書．電磁気現象の視覚化としてのシミュレーションプログラム例を付録に収録．

電磁気学演習［新訂版］
山村泰道・北川盈雄共著／A5／264頁／本体1850円
新訂にあたっては図を見やすくし，付録には数学諸公式や表を追加．頁単位で構成した使いやすく，よく分かる演習書．

新・演習 電磁気学
阿部龍蔵著／A5／208頁／本体1850円
テキスト「電磁気学入門」の対となる理工系向け演習書．深い理解と真の応用力が涵養できるよう工夫されている．

熱・統計力学入門
阿部龍蔵著／A5／176頁／本体1700円
本書は高校物理程度の知識でわかるよう熱の性質を扱っている．斯学の基本事項を読みやすい形でまとめた恰好の教科・参考書である．

新版 量子論の基礎
その本質のやさしい理解のために
清水明著／A5／288頁／本体2000円
臨時別冊・数理科学SGCライブラリの一巻として刊行された好著「量子論の基礎」の単行本化．時代の要請に応えた，必携のテキスト．

新・演習 熱・統計力学
阿部龍蔵著／A5／184頁／本体1800円
本書は「熱・統計力学入門」に準拠した演習書である．基本事項をコンパクトにまとめ，洗練された例題・問題と詳しい解答で深い理解と真の応用力がつくよう工夫されている．

量子力学講義
小川哲生著／B5／264頁／本体2450円
講義の臨場感を失わないよう記述し，本書1冊で量子力学の考え方に慣れ，枠組みを理解出来るよう配慮した．有限自由度の量子力学，特に1粒子系の問題を主に扱った，初学者対象の教科・参考書．

新・基礎 波動・光・熱学
永田一清・松原郁哉共著／A5／232頁／本体1800円
本書は斯学の基礎からわかりやすく丁寧に解説した教科・参考書．見やすい体裁と章末にまとめた例題・演習問題により，さらなる理解を深める．

新・演習 量子力学
阿部龍蔵著／A5／192頁／本体1800円
初めて量子力学を学ぶ理工系学生向けの演習書．基本事項をコンパクトにまとめ，精選された例題・問題と詳しい解答で深い理解と真の応用力が涵養できるよう工夫されている．

表示価格はすべて税抜きです

サイエンス社

工学テキストより

機構学
森田鈞著／A5／160頁／本体1600円
機械は，抵抗力のある物体の組合せであり，その各部が行う限定された相対運動について学ぶのが機構学である．多数の図面を用いて丁寧に解説．

演習図学と製図
磯田浩・鈴木賢次郎共著／A5／34頁／本体880円
工業高専，短大，大学における技術基礎教育に対応して作成された図学の練習帳．ページの切りはなしを簡単にし，作図・提出の便宜を図っている．

工業熱力学の基礎
斎藤孟著／A5／264頁／本体2200円
工科系の高専・大学で熱力学を学ぼうとする学生向けに，高校の理科の知識と簡単な微積分の計算がわかれば理解できるよう配慮されたテキスト．

工学基礎図学と製図［新訂版］
磯田浩・鈴木賢次郎共著／A5／208頁／本体1480円
広く講義で使われてきた「工学基礎図学と製図」の新訂版．AutoCADの利用も配慮し，さらに２色刷とするなどより現代的に改訂した．

機械工学のための 振動・音響学
鈴木・西田・丸山・渡辺共著／A5／256頁／本体2300円
大学の機械工学系の3～4年生，工業高専の最上級生を対象とし，振動学・音響工学の基礎をしっかりと習熟できることに主眼をおいたテキスト．

演習機械振動学
佐藤・岡部・岩田共著／A5／200頁／本体1800円
機械力学，特に振動を中心としたダイナミックスについての基礎学力をつけるための演習書．質点及び剛体の力学の基礎からはじめている．

機械力学入門
辻岡康著／A5／192頁／本体1600円
機械力学とは機械に関する動力学の問題を扱う学問である．この入門書では，線形系の振動から始め，回転機械・往復機械の動力学までを解説する．

演習　機械運動学
高野政晴・遠山茂樹共著／A5／248頁／本体2524円
ロボットの機構など，時代の要請にも即した新鮮な内容をもり込み，豊富な図で解説した演習書．要項・例題を頁単位で配し，学習の便宜をはかる．

演習　材料力学［新訂版］
尾田十八・三好俊郎共著／A5／224頁／本体1980円
長い間好評を得てきた「演習材料力学」を現在の事情を考慮し，単位系はSIを中心とした解説に改め，解答もより明快にした．２色刷．

演習振動・波動論
徳岡・杉山・松本共著／A5／216頁／本体2233円
工学の諸分野で基礎となる振動現象と波動現象の本質と解析方法が頁単位の演習書形式で総合的に学べるよう配慮された好個の書．

表示価格はすべて税抜きです

サイエンス社

コンピュータ関連テキスト(1)

最新・情報処理のしくみ
コンピュータシステムとネットワーク利用
太田忠一・古殿幸雄 共編著
B5／216頁／本体1900円
大学初学年の学生，社会人初心者向けの入門書．

文科系のための
コンピュータ リテラシ
[第3版]
Microsoft Officeによる
太田忠一編／植松康祐・草薙信照共著
B5／280頁／本体1900円
ワープロと表計算を中心に平易に解説．

情報リテラシ I, II
I：〈Word〉基礎から実践まで
II：〈Excel〉基礎から実践まで
尾崎正弘・足達義則 共編著
B5／各152頁／本体各1650円
各章末の演習問題は，検定試験に対応している．

実習Excelによる表計算
入戸野健・柴田博共著／B5／200頁／本体1450円
基本的な操作から，関数の利用，グラフの作成など，多数の例を用いて解説．進んだ利用法も具体的な例を用いて学ぶ．

情報処理システム入門
[第3版]
浦昭二・市川照久共編／A5／320頁／本体1850円
時代の流れを考慮し，前半をコンピュータシステムのしくみ，後半を情報処理の基本形，という構成とした．

離散数学入門
守屋悦朗著／A5／288頁／本体2500円
基礎的な離散数学の教科・参考書として好評を博した「コンピュータサイエンスのための離散数学」に，近年のコンピュータサイエンスの進展を考慮して大幅に加筆し，三分冊にした第1巻目．

オートマトン言語理論 計算論 I, II [第2版]
J.E.ホップクロフト他著／野崎昭弘 他訳
A5／I：352頁／本体2800円
II：256頁／本体2600円
入門書として高い評価を得ている書の邦訳．

計算機科学入門
M.A.アービブ・A.J.クフォーリ・R.N.モル共著
甘利・金谷・嶋田共訳／A5／248頁／本体2524円
オートマトンの理論，PascalとLispの入門書，論理回路，ブール代数などをわかりやすく解説した．

計算理論とオートマトン言語理論
コンピュータの原理を明かす
丸岡章 著／A5／288頁／本体2000円
図や例題を多用し，直観的に分かるよう工夫した．

新・コンピュータ解体新書
清水忠昭・菅田一博共著／A5／256頁／本体1600円
好評を博した前著にインターネットの項目を加え，より「やさしく」「わかりやすく」，自然に理解できるよう図を多用し，丁寧に解説．

表示価格はすべて税抜きです

サイエンス社

コンピュータ関連テキスト(3)

やさしく学べる
C言語入門
基礎から数値計算入門まで
皆本晃弥著／B5／240頁／本体2400円
各章の頁数，内容の取捨選択，演習問題等，大学や高専での講義に利用しやすい構成となっている．

演習と応用C
玉井浩著／A5／192頁／本体1700円
C言語の初心者から，文法を一通り学んだ読者までを対象に，主としてプログラムを作る問題を精選した．C言語はANSI仕様に準拠．

C言語のススメ
Cで始めるプログラミング
清水忠昭・菅田一博共著／B5／336頁／本体2300円
Cプログラミングの基本的考え方や文法の意味を丁寧に解説．初歩でつまずいている人におすすめ．

ザ・C ［第2版］
——ANSI C準拠——
戸川隼人著／A5／272頁／本体1750円
C言語を学ぼうとする人の立場にたって，他のプログラミング言語をまったく知らなくても十分C言語が理解できるよう特に基礎的な部分を充実させた．

Cプログラミングの基礎
蓑原隆著／A5／192頁／本体1600円
見開き体裁で，学習しやすく工夫されており，広くおすすめできる教科・参考書．

実習Visual C++.NET
だれでもわかるプログラミング
児玉靖司・小川久夫・入戸野健共著
B5／208頁／本体2100円
Cプログラミングにおいてビジュアルな部分を中心とし，コンソールプログラミング，さらに，C++プログラミングについても学べる．

オペレーティングシステム概説
その概念と構造
谷口秀夫著／A5／160頁／本体1450円
主にOSの「概念」を解説しながら，「構造」についても紹介し，単なる細かな操作や機能の知識ではなく相互の関連を解説した．

オペレーティングシステムの基礎
大久保英嗣著／A5／184頁／本体1600円
多様なオペレーティングシステムに共通する基本的な概念や技法に重点をおいて説明．

Linux/FreeBSD/Solarisで学ぶ
UNIX
基本操作からフリーソフトのコンパイル/インストールまで
皆本晃弥著／B5／224頁／本体2300円
これからUNIXを学ぼうとする人に最適の書．

ザ・Linux
戸川隼人 著／A5／168頁／本体1600円
第2のコンピュータリテラシとして書かれたLinuxのテキスト．GUI利用をするWindowsに近い操作と，伝統的なLinuxの操作法を併記した．

表示価格はすべて税抜きです

サイエンス社